Risque de santé, médecine préventive et médecine curative.

L. Eeckhoudt [*], Ph. Godfroid [†] et M. Marchand [‡]

Deuxième version: Mars 1997 [§].

Abstract

Résumé:

Dans un article important, Ehrlich et Becker ont analysé les activités d'assurance, d'auto-assurance et de prévention dans un contexte financier unidimensionnel et mono-périodique. Nous examinons ici comment transformer le modèle pour l'adapter au traitement du risque dans le secteur de la santé. Ceci implique le recours à un modèle multidimensionnel où la structure temporelle des décisions a de l'importance.

Mots-clefs : Risque, Prévention, Economie de la Santé.

Summary:

In an important paper, Ehrlich and Becker have analysed the interdependence between three risk management activities : market insurance, self insurance and self protection. They have developed their analysis with the help of a unidimensional utility function in a mono-periodic framework. Although such assumption fit many real world

[*] Facultés Universitaires Catholiques de Mons et de Lille

[†] Facultés Universitaires Catholiques de Mons et Chaire de gestion des risques, H.E.C.-Montréal.

[‡] Université Catholique de Louvain et CORE

[§] Les auteurs remercient leurs collègues G. Dionne et C. Le Pen pour leurs commentaires sur une version préliminaire de ce texte.

situations, they are not appropriate for an analysis of medical decisions. Indeed in the field of health, preventive decisions have to be made <u>before</u> knowing if the illness will occur and what its severity will be. On the contrary, therapeutic decisions are taken <u>after</u> the information on the presence and severity of the disease is revealed. Besides, when health decisions are concerned, the utility function should depend both on the level of financial wealth and on the stock of health.

The purpose of the present paper is to introduce these features of the health sector into a model where the substitution and complementarity relationships between therapeutic and preventive medecine are investigated. Our major conclusion is that curative and secondary prevention are clearly substitute while curative medecine and primary prevention may be complements.

<u>Key-Words</u> : Risk, Prevention, Health Economics.

1 Introduction.

Dans un article célèbre publié en 1972, Ehrlich et Becker [5] (par la suite E.B.) avaient étudié l'intérêt relatif de trois instruments de protection face aux risques monétaires, à savoir l'assurance de marché, l'auto-assurance aussi appelée "self-insurance" et la prévention ("self-protection").

Le premier instrument, l'assurance de marché, est un contrat par lequel l'assuré obtiendra de la compagnie une indemnisation en cas de sinistre. Cet avantage est accordé contre paiement d'une prime, celui-ci devant être effectué qu'il y ait sinistre ou non. Les deux autres instruments supposent de la part de la personne soumise au risque un investissement initial. Dans le cas de la "self-insurance", cet investissement aura pour effet de réduire l'étendue du sinistre (et par conséquent ses conséquences financières) si celui-ci survient (par exemple, le port de la ceinture de sécurité ou l'installation de sprinkler). Pour ce qu'E.B. appellent la "self-protection", l'objectif de l'investissement initial est de réduire la probabilité de survenance du sinistre sans en modifier l'étendue si malgré tout il survient (choix de matériaux ignifuges). On diminue donc la probabilité d'occurence de la perte consécutive au sinistre.

L'analyse d'E.B. a produit des résultats très intéressants pour des risques purement financiers dans le cadre de fonctions d'utilité unidimensionnelles. Elle a d'ailleurs donné lieu à de nombreuses extensions et discussions (Dionne-Eeckhoudt, Briys-Schlesinger, Konrad-Skaperdas). Toutefois, lorsqu'il s'agit de risques de santé, le recours à de telles fonctions n'est plus adéquat puisque la survenance de la maladie va affecter non seulement le niveau de santé de l'individu mais aussi son niveau de richesse disponible au travers des dépenses de soins. De plus, E.B. avaient construit un modèle mono-périodique où chacune des trois décisions possibles était prise au début de la période et faisait sentir ses effets à la fin de celle-ci. Comme nous le verrons plus loin, cette hypothèse non plus n'est pas adéquate dans le domaine de la santé. En effet, les actions de prévention sont entreprises alors qu'on est encore incertain quant à la survenance de la maladie, tandis que la médecine curative intervient après survenance de la maladie, c'est à dire après que l'incertitude relative à la présence de la maladie ait été résolue. La distinction importante entre risques immédiats et différés telle que proposée par Dreze-Modigliani [4] trouve donc ici un champ d'application naturel. L'objectif du présent essai est d'amender le modèle de E.B. pour l'adapter aux problèmes spécifiques posés par les soins de santé. Nous dériverons les propriétés d'une part de la demande de soins curatifs et d'autre part de la demande de deux formes de prévention qu'on appelle en médecine la prévention primaire (qui correspond à la "self-protection" chez E.B.) et à la prévention secondaire (qui s'apparente à la "self-insurance").

Notre article est organisé comme suit. Dans une première section, nous décrivons le modèle et discutons ses propriétés. Les conditions d'optimalité et les résultats de statique comparative pour le cas de la prévention primaire sont présentés dans la section 2. La section suivante contient les développements équivalents pour la prévention secondaire. Dans la section 4, nous établissons un parallèle entre les deux formes de prévention avant de conclure l'article.

2 Le modèle de base.

Nous considérons un individu dont l'utilité dépend du niveau de richesse (W) et du "stock de santé" que nous dénotons H. Au début de la période, l'individu ne sait pas si il sera malade ou pas. En cas de maladie -un évènement de probabilité p- le stock de santé avant traitement sera égal à H_0 tandis que s'il est bien portant, le stock de santé sera H_2 avec ($H_2 > H_0$). L'écart entre H_2 et H_0 reflète la gravité potentielle de la maladie. Si l'individu tombe malade (et uniquement dans ce cas), il aura recours au système de soins. On dénote y l'intensité de ce recours (par exemple la quantité de médicaments, le nombre d'épisodes de traitement) et son impact sur la santé est noté $m(y)$, une fonction non décroissante ($m_y \geq 0$) et concave ($m_{yy} < 0$). Comme un individu malade et traité ne peut se trouver mieux qu'un individu bien portant, on a nécessairement:

$$H_0 + m(y_{max}) < H_2 \qquad (1)$$

où y_{max} est la quantité maximale possible de traitement curatif. Le prix unitaire de y est dénoté μ. Bien évidemment, l'individu bien portant ne se soigne pas et il bénéficie donc du vecteur $(W_0; H_2)$ où W_0 est la richesse disponible avant toute dépense de nature médicale (1). Pour faciliter l'analyse, on va supposer que la fonction d'utilité est additive. En outre, comme les risques financiers sont plus naturellement diversifiables que le risque de santé, on supposera que l'individu est neutre par rapport au risque financier mais qu'il manifeste de l'aversion vis à vis du risque de santé. Formellement, on écrit alors:

$$U(W; H) = W + \gamma V(H) \qquad (2)$$

avec

$$V'(H) > 0 \text{ et } V''(H) < 0$$

La concavité de V garantit l'aversion vis à vis du risque sur la santé tandis que le paramètre γ indique l'importance relative du bien "santé" par rapport au bien "revenu". Si la décision au sujet du traitement est prise une fois que l'état de santé est révélé, il n'en va pas de même pour les décisions de prévention. En effet, les choix de prévention sont effectués au début de la période avant que l'incertitude sur l'état de santé ait été résolue. Les actes préventifs sont donc décidés "ex-ante" tandis que les actes curatifs le sont "ex-post".

2.1 Prévention primaire et médecine curative.

La prévention primaire a pour but d'éviter l'apparition de la maladie en sensibilisant chaque individu (par le biais de campagnes d'information) afin que chacun puisse gérer au mieux sa propre santé (par exemple, lors de campagnes pour l'apprentissage de l'hygiène dès le plus jeune âge ou pour un meilleur apport nutritionnel). L'illustration médicale typique de la prévention primaire est la vaccination qui agit sur la probabilité d'apparition de la maladie. Lorsque l'on s'intéresse à la prévention primaire, dont l'intensité sera notée x, l'impact se fait sentir sur la probabilité de survenance de la maladie, ce qu'on va noter $p(x)$ et on suppose:

$$p_x < 0 \text{ et } p_{xx} \geq 0 \tag{3}$$

Où p_x et p_{xx} sont respectivement les dérivées première et seconde de $p(x)$: Si le coût d'une unité de x est noté λ, l'individu poursuivra l'objectif suivant:

$$\begin{aligned} \max_x \Big\{ p(x) \ \max_y \left(W_0 - \theta y - \lambda x + \zeta V(H_0 + m(y))\right) + \\ (1 - p(x)) \{W_0 - \lambda x + \zeta V(H_2)\} \Big\} \end{aligned} \tag{4}$$

L'équation (4) éclaire bien la structure temporelle du problème: le niveau de x doit être décidé au début de la période et la dépense correspondante λx est supportée dans tous les états du monde. Par contre, le choix de y s'effectue une fois que l'incertitude sur l'état de santé est levée et son coût n'est supporté que dans l'état du monde "maladie". Afin de faciliter l'analyse de statique comparative, nous réécrivons le problème posé en (4) de la manière suivante:

$$\begin{aligned} \max_{x;y} \ Z = p(x;\alpha)\{W_0 - \theta y - \lambda x + \zeta V(H_0 + m(y;\beta))\} + \\ (1 - p(x;\alpha))\{W_0 - \lambda x + \zeta V(H_2)\} \end{aligned} \tag{5}$$

où α et β sont des paramètres de changement qui reflètent respectivement la productivité des mesures de prévention (α) et celle de la médecine curative (β). On va supposer:

$$p_\alpha < 0 \text{ et } m_\beta > 0 \tag{6}$$

ainsi que:

$$p_{x\alpha} \leq 0 \text{ et } m_{y\beta} \geq 0 \tag{7}$$

La condition (6) indique que des accroissements de α ou de β sont désirables puisque soit ils réduisent la probabilité de survenance de la maladie pour un niveau de prévention donné, soit ils accroissent l'effet bénéfique du traitement pour toute valeur de y. Si en (7), on a:

$$p_{x\alpha} = 0 \text{ et/ou } m_{y\beta} = 0$$

les variations de α ou de β n'affectent pas la productivité marginale soit de la prévention soit des soins. Si l'inégalité stricte prévaut, il y a alors aussi un impact bénéfique de α et/ou de β sur la productivité marginale correspondante. Les conditions de premier ordre (C.P.O) pour un maximum sont:

$$Z_x = p_x \left[-\theta y + \zeta \left(V(H_1) - V(H_2) \right) \right] - \lambda = 0 \tag{8}$$

et

$$Z_y = -\theta + \zeta V'(H_1)\, m_y = 0 \tag{9}$$

où par définition, on pose:

$$H_1 = H_0 + m(y; \beta)$$

En (8), l'expression entre crochets qui est négative représente le coût total de la maladie composé d'une part d'une dépense en soins (θy) et d'autre part de l'équivalent monétaire de la détérioration du stock de santé. A l'appendice 1, on montre que les conditions du second ordre pour un maximum sont satisfaites. Avant d'étudier la statique comparative qui s'applique conjointement à ces deux C.P.O, il est intéressant de se pencher sur chaque condition séparément [2] car celles-ci donnent la valeur optimale d'un instrument (par exemple x (resp. y) en fonction d'un niveau préétabli pour l'autre (par exemple y (resp. x). Si on note $\frac{dx}{dy}$ la réponse optimale de x à un changement exogène de y, on montre aisément que:

$$\frac{dx}{dy} = \frac{-p_x \left[-\theta + \zeta V'(H_1)\, m_y \right]}{Z_{xx}} \tag{10}$$

et que

$$\frac{dy}{dx} = 0 \tag{11}$$

Où Z_{xx} est la dérivée partielle de Z_x par rapport à x, qui est négative à cause de l'hypothèse sur le signe positif de p_{xx} (cfr. appendice 1). De façon plus intéressante, on notera qu'il existe une séparation partielle entre la demande de soins et la demande de prévention.Il résulte de (11) que quel que soit le niveau choisi de x, la valeur optimale de y reste la même, le choix optimal de y est insensible au niveau des activités de prévention. Il y a "séparation" de y vis à vis de x. Par contre l'expression (10) nous indique que le choix de x réagit au niveau retenu pour y. Si la valeur choisie de y ne correspond pas à celle qui est optimale (équation (9), l'individu compense en faisant plus de prévention [3]. La démonstration de ce résultat est fournie en Appendice 2. Son illustration graphique apparaît à la figure suivante.

La droite verticale $y(x)$ est la fonction de réaction de y à une variation dans le niveau de x. Le caractère vertical de la droite reflète l'idée de "séparation" c'est à dire l'indépendance du choix de y vis à vis de tout niveau de x. A l'inverse, le choix de x dépend du niveau de y: lorsque y diverge de la valeur donnée par (9) -à savoir y^*- l'individu est incité à faire plus de prévention afin de réduire la probabilité de survenance d'une utilisation irrationnelle des soins. Dans la partie descendante de $x(y)$, prévention et soins apparaissent comme des substituts (l'accroissement de y réduit le besoin en x). Dans la partie croissante, ils apparaissent complémentaires puisque l'accroissement de y entraîne un recours accru à la prévention. Comme chaque courbe reflète le choix optimal d'une variable compte tenu du niveau de l'autre, l'optimum global se trouve à l'intersection des deux courbes, c'est à dire au point $(x^*; y^*)$: Pour développer la statique comparative simultanément sur x^* et y^*; on va se demander comment un choc exogène affecte chacune des deux courbes et leur intersection. Nous présentons les principaux résultats au tableau 1 [4] où en colonne on note la variable dépendante à laquelle on s'intéresse (soit x^*, soit y^*). Chaque ligne du tableau indique une variable exogène. Un signe +(-) dans le tableau indique qu'un accroissement dans la variable exogène entraîne un accroissement (diminution) dans la variable dépendante correspondante. Une valeur nulle indique une absence d'effet et le terme "ambigu" signale un effet indéterminé.

<u>Tableau 1</u>

	x^*	y^*
α	+ ou 0	0
β	-	- ou "ambigu"
H_0	-	-
ζ	+	+
θ	+	-
λ	-	0

Alors que dans le modèle de E.B. les effets d'un choc exogène sur les choix de prévention sont en général ambigus, on ne retrouve pas ce genre de résultat pour la prévention primaire en santé. Ceci est dû à la nature "quasi-linéaire" de la fonction d'utilité et à la "séparation" des décisions thérapeuthiques par rapport aux décisions de prévention. La seule indétermination concerne l'impact de β, le paramètre qui influence à la fois la productivité totale et la productivité marginale des soins. Le signe de son impact dépend de celui de:

$$V'(H_1)\, m_{y\beta} + m_y V''(H_1)\, m_\beta \tag{12}$$

une expression qui peut être négative ou positive. Si $m_{y\beta}$ est nul (impact additif de β sur la productivité de soins), on retrouve le même résultat que pour H_0, c'est à dire qu'un accroissement de la productivité des soins réduit la demande de y [5]. Notons aussi que (12) peut être réécrit:

$$V'(H_1)\left[m_{y\beta} + m_y m_\beta \frac{V''(H_1)}{V'(H_1)} \right] \tag{13}$$

et donc, si l'aversion au risque est suffisamment forte, y^* réagira négativement à un accroissement de β: l'individu compensera l'augmentation de productivité des soins par une réduction de y, l'intensité de son recours aux soins. En ce qui concerne les effets de prix, ils sont non ambigus et de signe attendu. L'absence d'ambiguïté est liée à l'absence d'effet de revenu à cause de la linéarité de l'utilité dans la richesse. Enfin, si il y a une amélioration de la productivité totale de la prévention sans changement de sa productivité marginale ($p_{x\alpha} = 0$), l'effet sur x^* sera nul. Le choix de x ne dépend donc pas du niveau absolu de la probabilité mais de la pente de $p(x)$:

2.2 Prévention secondaire et médecine curative.

En ce qui concerne la prévention secondaire, dont l'intensité sera notée z et le prix unitaire σ, on retrouve la même structure temporelle. Toutefois, contrairement à ce qui se passe pour la prévention primaire, le choix de z n'affecte pas la probabilité de survenance de la maladie mais son degré de gravité. En effet, elle permet son diagnostic précoce de sorte que si la maladie survient, l'état de santé initial sera amélioré. A titre d'exemple, on dira que la pratique répétée d'un test (par exemple la mammographie) permettra de traiter des cancers du sein dans un stade moins avancé. On tente ici de limiter l'extension du risque de la maladie en essayant de la dépister à temps. On remarque donc le parallélisme évident entre la prévention secondaire et la "self-insurance". La formalisation précise est alors la suivante:

$$\begin{aligned}\max_z \; p \; \max_y \{W_0 - \theta y - \sigma z + \gamma V(H_0 + h(z) + m(y))\} &+ \\ (1 - p)(W_0 - \sigma z + \gamma V(H_2))&\end{aligned}$$

La fonction $h(z)$ indique en quelque sorte l'impact de z sur l'état de santé initial, par exemple le stade du cancer. On suppose bien entendu que h_z est strictement positif et h_{zz} non positif. En outre, si z_{max} est la quantité maximale de z, on doit avoir -pour des raisons évidentes-:

$$H_0 + h(z_{max}) + m(y_{max}) < H_2$$

Réécrivons le problème d'optimisation sans en changer la nature pour faciliter l'analyse de statique comparative. Nous obtenons:

$$\begin{aligned}\max_{z;y} \; R = p[W_0 - \theta y - \sigma z + \gamma V(H_0 + h(z;\alpha) + m(y;\beta))] &+ \\ (1 - p)(W_0 - \sigma z + \gamma V(H_2))&\end{aligned} \tag{14}$$

En ce qui concerne la fonction $h(z;\alpha)$ nous faisons les hypothèses suivantes:

$$h_\alpha > 0 \text{ et } h_{z\alpha} \geq 0 \tag{15}$$

C'est à dire qu'une augmentation de α signifie d'une part un impact total plus fort de la prévention secondaire sur le niveau de santé initial ($h_\alpha > 0$) et d'autre part un impact non négatif sur la productivité marginale de la prévention secondaire ($h_{z\alpha} \geq 0$). Les conditions de premier ordre pour un maximum sont:

$$R_z = -\sigma + p\gamma V' h_z = 0 \tag{16}$$

et

$$R_y = -\theta + \zeta V' m_y = 0 \tag{17}$$

On montre à l'appendice 3 que les conditions de second ordre pour un maximum sont automatiquement vérifiées. Elles ont une implication intéressante -développée aussi à l'appendice 3- pour l'analyse des "fonctions de réaction" de y à z d'une part (y (z)) et de z à y d'autre part (z (y)) à savoir que y (z) a en valeur absolue une pente plus forte que z (y). Les fonctions de réaction sont tracées à la figure suivante:

La courbe y (z) indique le choix optimal de y pour tout niveau de z arbitrairement défini. La courbe z (y) indique comment z s'ajuste optimalement à un niveau fixé arbitrairement de y. Il est facile de voir que si l'on s'écarte de l'optimum joint $(y^*; z^*)$ on est conduit à y revenir. Ce phénomène est illustré par les flèches émanant de y_0. Comme les deux courbes ont une pente négative, la prévention secondaire est les soins sont des substituts: le développement de l'un entraîne la réduction de l'autre. L'analyse de statique comparative appliquée aux conditions de premier ordre (16) et (17) développée de manière approfondie en Appendice 3 fournit les résultats repris dans le tableau 2.

Tableau 2

	z^*	y^*
α	- ou "ambigu"	-
β	-	- ou "ambigu"
H_0	-	-
ζ	+	+
θ	+	-
σ	-	+
p	+	-

Comme pour la prévention primaire et comme pour le modèle de "self-insurance" chez E.B., presque tous les résultats de statique comparative sont non ambigus. La seule source d'ambiguïté concerne les changements dans la technologie soit des soins soit de la prévention qui améliorent non seulement la production totale de santé mais aussi la productivité marginale. Si les changements étaient purement additifs (c'est à dire sans modification de la productivité marginale), les résultats seraient non ambigus et le signe - prévaudrait. Lorsque la productivité marginale d'un instrument augmente son utilisation peut augmenter ou baisser car il est alors possible d'augmenter le stock de santé initial tout en faisant moins d'effort (de prévention ou de soins). Tous les autres éléments de statique comparative sont non ambigus et leur signe correspond à l'intuition. Notons à nouveau que les effets prix sont de signe non ambigus car ils contiennent seulement un effet de substitution. Enfin, de façon intéressante, on notera que plus la probabilité de maladie est élevée, plus l'individu rationnel aura recours à la prévention secondaire ce qui -par la suite- réduira sa demande de soins. Cette observation confirme bien la relation de substitution entre prévention secondaire et médecine curative, ce qui était beaucoup moins évident pour la prévention primaire et la médecine curative. Comme l'examen spécifique de chaque modèle le montre, les dépenses de prévention secondaire affectent le choix optimal de y et s'y substituent partiellement. Ce phénomène par contre n'est pas observé pour les dépenses de prévention primaire. Il existe donc pour celles-ci une sorte de phénomène de séparation vis à vis des dépenses de médecine curative.

3 Conclusion.

L'objectif de ce papier était d'"amender" le modèle de prévention développé par E.B. pour des risques financiers afin de lui faire prendre en compte certaines caractéristiques médicales de la prévention. En adoptant une fonction d'utilité séparable avec neutralité vis à vis des risques financiers et aversion vis à vis du risque de santé, nous avons pu étudier les propriétés de la demande de prévention primaire et secondaire en relation avec la médecine curative. Il est à noter que dans ce papier le secteur "curatif" a été implicitement avantagé dans l'analyse. Alors que dans notre modèle, le rendement de la prévention primaire et secondaire est aléatoire, il n'y a aucune incertitude en ce qui concerne la médecine curative. S'il tombe malade, le patient connait exactement d'une part la gravité de la maladie (H_0) et d'autre part l'efficacité des soins entrepris ($m(y)$). Dans la réalité, ces deux éléments sont eux-mêmes aléatoires et une extension naturelle du présent papier consisterais à considérer ces sources de risques. Celles-ci permettraient en outre d'évaluer l'apport de la médecine diagnostique dont la valeur dans le présent modèle est par définition nulle. Une autre extension naturelle-mais qui probablement rendrait l'analyse complexe- consisterait à considérer une aversion vis à vis des risques monétaires. Plutôt que d'introduire cette complication technique, il vaudrait sans doute mieux s'intéresser à l'impact de risques multiples dans notre modèle simple. En effet, l'intuition suggère que l'intérêt de la prévention vis à vis d'une maladie spécifique est réduit par le risque de développement non contrôlable d'autres maladies. Il va de soi que moyennant les adaptations adéquates, notre modèle devrait pouvoir rendre compte de ces effets.

Notes

(1)Afin de faciliter l'analyse, on va supposer que la maladie si elle survient n'affecte pas la capacité de générer de la fortune.

(2)Pour une démarche analytique similaire dans un contexte différent, voir Dionne-Eeckhoudt ??.

(3)En effet, c'est seulement à la valeur optimale de y (notée y^*) que l'on obtient $\frac{dy}{dx} = 0$:

(4)Le calcul complet des dérivées secondes croisées est fourni en Appendice 2

(5)Le signe négatif de dy^*/dH_0 est tout à fait intuitif : le recours aux soins diminue si H_0 augmente c'est à dire si la maladie est moins grave.

4 Appendices.

4.1 Appendice 1.

Le calcul des dérivées secondes directes et croisées fournit les résultats suivants:

$$Z_{xx} = p_{xx}\left[-\theta y + \gamma\left(V(H_1) - V(H_2)\right)\right] < 0 \tag{18}$$

$$Z_{yy} = \gamma\left[V''(H_1)\, m_y^2 + V'(H_1)\, m_{yy}\right] < 0 \tag{19}$$

$$Z_{xy} = p_x\left[-\theta + \gamma V'(H_1)\, m_y\right] \tag{20}$$

$$Z_{yx} = 0 \tag{21}$$

Si on se situe au point $(x^*; y^*)$, les conditions de premier ordre sont vérifiées et à ce moment, on a:

$$Z_{xy} = 0$$

Dès lors, les conditions de second ordre pour un maximum sont satisfaites puisqu'on a:

$$Z_{xx} < 0$$

$$Z_{yy} < 0$$

$$\text{et } Z_{xx}Z_{yy} - Z_{xy}Z_{yx} > 0$$

4.2 Appendice 2.

4.2.1 Détermination des fonctions de réaction.

Pour étudier les propriétés des courbes $y(x)$ et $x(y)$ de la figure 1, on différentie totalement chaque condition de premier ordre par rapport à x et à y. On obtient respectivement:

$$Z_{xx}dx + Z_{xy}dy = 0 \text{ pour } (8) \tag{22}$$

et

$$Z_{yx}dx + Z_{yy}dy = 0 \text{ pour } (9) \tag{23}$$

Or:

$$Z_{xy} = p_x\,[-\theta + \zeta V'(H_1)\, m_y] \tag{24}$$

et

$$Z_{yx} = 0 \tag{25}$$

Il en résulte que pour les fonctions de réaction $x(y)$ et $y(x)$:

$$\frac{dx}{dy} = \frac{p_x\,[-\theta + \zeta V'(H_1)\, m_y]}{-Z_{xx}} \text{ et } \frac{dy}{dx} = 0 \tag{26}$$

Le dénominateur est nécessairement positif par la condition de second ordre (voir (18)). Le signe du numérateur dépend de la valeur retenue pour y. Si y égale y^*, le numérateur est nul en vertu de (9). A ce moment, $\frac{dx}{dy} = 0$ et la fonction $x(y)$ passe par un extremum qui sera en fait un minimum.

Si $y < y^*$, on ne dépense pas assez en soins curatifs et donc

$$[-\theta + \zeta V'(H_1)\, m_y]$$

a une valeur positive. Puisque dans (26) cette expression est multipliée par un nombre négatif ($p_x < 0$ par hypothèse), $\frac{dx}{dy}$ prend une valeur négative et la courbe $x(y)$ est décroissante. Un raisonnement identique s'applique pour montrer que $\frac{dx}{dy}$ est positif lorsque $y > y^*$.

Pour l'exercice de statique comparative portant sur le modèle de prévention primaire, on peut écrire que:

$$\begin{pmatrix} Z_{xx} & 0 \\ 0 & Z_{yy} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} dx^* \\ dy^* \end{pmatrix} = - \begin{pmatrix} Z_{x\eta} \\ Z_{y\eta} \end{pmatrix} d\eta$$

où $\eta = \alpha, \beta, H_0, \zeta, \theta$ et λ. On a donc:

$$\frac{dx^*}{d\eta} = -\frac{Z_{x\eta}}{Z_{xx}} \text{ et } \frac{dy^*}{d\eta} = -\frac{Z_{y\eta}}{Z_{yy}}$$

pour le calcul des dérivées secondes croisées par rapport à la variable dépendante x, on obtient les résultats suivants:

$$Z_{x\alpha} = p_{x\alpha}[-\theta y + \zeta(V(H_1) - V(H_2))] \geq 0$$
$$Z_{x\beta} = p_x \zeta V'(H_1) m_\beta < 0$$
$$Z_{xH_0} = p_x \zeta V'(H_1) < 0$$
$$Z_{x\zeta} = p_x [V(H_1) - V(H_2)] > 0$$
$$Z_{x\theta} = -p_x y > 0$$
$$Z_{x\lambda} = -1 < 0$$

pour la variable dépendante y, on a:

$$Z_{y\alpha} = 0$$
$$Z_{y\beta} = \zeta[V'(H_1) m_{y\beta} + V''(H_1) m_y m_\beta] \text{ est de signe ambigu}$$
$$Z_{yH_0} = \zeta V''(H_1) m_y < 0$$
$$Z_{y\zeta} = V'(H_1) m_y > 0$$
$$Z_{y\theta} = -1 < 0$$
$$Z_{y\lambda} = 0$$

On peut donc en conclure que:

$$\frac{dx^*}{d\alpha} \geq 0 \,;\, \frac{dx^*}{d\beta} < 0 \,;\, \frac{dx^*}{dH_0} < 0 \,;\, \frac{dx^*}{d\zeta} > 0 \,;\, \frac{dx^*}{d\theta} > 0 \text{ et } \frac{dx^*}{d\lambda} < 0$$

ainsi que

$$\frac{dy^*}{d\alpha} = 0 \,;\, \frac{dy^*}{d\beta} = - \text{ ou } ? \,;\, \frac{dy^*}{dH_0} < 0 \,;\, \frac{dy^*}{d\zeta} > 0 \,;\, \frac{dy^*}{d\theta} < 0 \text{ et } \frac{dy^*}{d\lambda} = 0$$

4.3 Appendice 3.

4.3.1 Vérification des conditions de second ordre et détermination des fonctions de réaction appliquées au modèle de prévention secondaire.

Pour vérifier les conditions du second ordre dans le cadre du modèle de prévention secondaire, on calcule:

$$R_{zz} = p\zeta\left[V''h_z^2 + V'h_{zz}\right] \tag{27}$$

$$R_{yy} = \zeta\left[V''m_y^2 + V'm_{yy}\right] \tag{28}$$

$$R_{zy} = p\zeta\,[V''h_z m_y] \tag{29}$$

$$R_{yz} = \zeta\,[V''m_y h_z] \tag{30}$$

En vertu des hypothèses faites dans le texte, ces quatres expressions sont toutes négatives. En outre, on peut montrer que:

$$R_{zz}R_{yy} - R_{zy}R_{yz} > 0 \tag{31}$$

Grâce à ces différentes expressions, on peut aussi caractériser les fonctions de réaction $y(z)$ et $z(y)$:

$$\frac{dz}{dy} = -\frac{R_{zy}}{R_{zz}} < 0$$

et

$$\frac{dy}{dz} = -\frac{R_{yz}}{R_{yy}} < 0$$

A cause de la condition (31), la pente de $y(z)$ en valeur absolue doit excéder celle de $z(y)$:

Pour l'exercice de statique comparative portant sur le modèle de prévention secondaire, on peut écrire que:

$$\begin{pmatrix} R_{zz} & R_{zy} \\ R_{yz} & R_{yy} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} dz^* \\ dy^* \end{pmatrix} = -\begin{pmatrix} R_{z\eta} \\ R_{y\eta} \end{pmatrix} d\eta$$

où $\eta = \alpha, \beta, H_0, \zeta, \theta, \sigma$ et p. On a donc:

$$\frac{dz^*}{d\eta} = -\frac{\begin{pmatrix} -R_{z\eta} & R_{zy} \\ -R_{y\eta} & R_{yy} \end{pmatrix}}{\Delta} \quad \text{et} \quad \frac{dy^*}{d\eta} = -\frac{\begin{pmatrix} R_{zz} & -R_{z\eta} \\ R_{yz} & -R_{y\eta} \end{pmatrix}}{\Delta}$$

avec

$$\Delta = R_{zz}R_{yy} - R_{zy}R_{yz} > 0$$

en vertu du respect des conditions de second ordre pour un maximum. Pour les dérivées croisées par rapport à z, on obtient:

$$R_{z\alpha} = p\zeta\,[V''h_z h_\alpha + V'h_{z\alpha}] < 0 \text{ ou "ambigu"}$$
$$R_{z\beta} = p\zeta h_z V'' m_\beta < 0$$
$$R_{zH_0} = p\zeta h_z V'' < 0$$
$$R_{z\zeta} = pV'h_z > 0$$
$$R_{z\theta} = 0$$
$$R_{z\sigma} = -1$$
$$R_{zp} = \zeta V'h_z > 0$$

En ce qui concerne la variable dépendante y, on trouve:

$$R_{y\alpha} = \zeta m_y V'' h_\alpha < 0$$
$$R_{y\beta} = \zeta\,[V''m_y m_\beta + V'm_{y\beta}] < 0 \text{ ou "ambigu"}$$
$$R_{yH_0} = \zeta m_y V'' < 0$$
$$R_{y\zeta} = V'm_y > 0$$
$$R_{y\theta} = -1$$
$$R_{y\sigma} = 0$$
$$R_{yp} = 0$$

Ce qui nous donne après simplifications:

$$\frac{dz^*}{d\alpha} = \frac{-p\zeta^2\left(h_z h_\alpha m_{yy} V'V'' + h_{z\alpha} m_y^2 V'V'' + h_{z\alpha} m_{yy} V'^2\right)}{\Delta} \text{ est soit de signe ambigu ou de signe négatif si } h_{z\alpha} = 0$$

$$\frac{dz^*}{d\beta} = \frac{-p\zeta^2 h_z V' V'' (m_\beta m_{yy} - m_y m_{y\beta})}{\Delta} < 0$$

$$\frac{dz^*}{dH_0} = \frac{-p\zeta^2 \left(2h_z m_y^2 V''^2 + h_z m_{yy} V' V''\right)}{\Delta} < 0$$

$$\frac{dz^*}{d\theta} = \frac{-p\zeta h_z m_y V''}{\Delta} > 0$$

$$\frac{dz^*}{d\sigma} = \frac{\zeta \left(V'' m_y^2 + V' m_{yy}\right)}{\Delta} < 0$$

$$\frac{dz^*}{dp} = \frac{-\zeta^2 h_z V' \left(V'' m_y^2 + V' m_{yy}\right)}{\Delta} > 0$$

ainsi que

$$\frac{dy^*}{d\alpha} = \frac{p\zeta^2 V' V'' m_y (h_z h_{z\alpha} - h_\alpha h_{zz})}{\Delta} < 0$$

$$\frac{dy^*}{d\beta} = \frac{p\zeta^2 [V' V'' m_{y\beta} h_z^2 - V' V'' m_y m_\beta h_{zz} - V'^2 m_{y\beta} h_{zz}]}{\Delta}$$ est de signe ambigu

ou négatif si $m_{y\beta} = 0$

$$\frac{dy^*}{dH_0} = \frac{-p\zeta^2 V' V'' m_y h_{zz}}{\Delta} < 0$$

$$\frac{dy^*}{d\zeta} = \frac{-p\zeta V'^2 m_y h_{zz}}{\Delta} > 0$$

$$\frac{dy^*}{d\theta} = \frac{p\zeta (V'' h_z^2 + V' h_{zz})}{\Delta} < 0$$

$$\frac{dy^*}{d\sigma} = \frac{-\zeta V'' m_y h_z}{\Delta} > 0$$

$$\frac{dy^*}{dp} = \frac{\zeta^2 V' V'' m_y h_z^2}{\Delta} < 0$$

References

[1] Briys E. et H. Schlesinger [1990] ; "Risk aversion and the propensities for self-insurance and self-protection", Southern Economic Journal, 57, pp. 458-467.

[2] Dionne G. et L. Eeckhoudt [1984] ; "Insurance and saving : some further results", Insurance Mathemetics and Economics, 3, pp. 101-110.

[3] Dionne G. et L. Eeckhoudt [1985] ; "Self-insurance, self-protection and increased risk aversion", Economics Letters, 17, pp. 39-42.

[4] Drµze J. et F.Modigliani [1972] ; "Consumption decisions under uncertainty", Journal of Economic Theory, 5, pp. 308-35.

[5] Ehrlich I. et G. Becker [1972] ; "Market insurance, self-insurance and self-protection", Journal of Political Economy, 40, pp. 623-648.

[6] Konrad K. et S. Skaperdas [1993] ; "Self-insurance and self-protection", The Geneva Papers on Risk and Insurance Theory, 18, pp. 131-146.