HEC MONTRÉAL

Analyse de la performance de la valeur à risque conditionnelle sur les marchés canadiens

par

Martin Gendron

Sciences de la gestion

Directeur : Jean-Guy Simonato

Codirecteur : Georges Dionne

Mémoire présenté en vue de l'obtention du grade de maîtrise ès sciences

Mars 2012

© Martin Gendron, 2012

Sommaire

Les différentes manières d'évaluer le risque sont nombreuses au sein de la littérature financière. La valeur à risque conditionnelle est l'une de celles qui gagnent le plus d'importance à l'heure actuelle. Les marchés financiers canadiens et mondiaux étant de plus en plus volatiles, ce mémoire vient vérifier si la valeur à risque conditionnelle mesurée selon différentes méthodologies possède un avantage réel sur la valeur à risque sur les marchés canadiens.

En s'appuyant plus particulièrement sur l'utilisation de la distribution de Johnson lors de la construction de nos mesures de risques comme il est présenté dans Simonato (2010) et également d'un processus GARCH tiré de Duan et al. (1999), les différents résultats sont par la suite vérifiés par des tests rétroactifs de Kerkhof et al. (2003).

Tout en comparant les différents résultats avec les performances de la méthode classique d'évaluation du risque de la VaR supposant la loi normale et présentée dans les années 90 par la banque JP Morgan, ce mémoire se distingue par les nombreuses comparaisons également sur les titres à petite capitalisation et à grande capitalisation.

Les moments estimés par GARCH permettent de mesurer le risque tout en possédant une capacité d'ajustement très rapide suite à un krach boursier. Cette méthode est d'autant plus intéressante lorsqu'il vient le temps de changer les horizons temporels sur nos mesures de risque.

Les titres à petite capitalisation demandent une considération encore plus importante étant donné l'instabilité encore plus présente sur ce type de titres. En période de crise, ce facteur n'est plus significatif puisque le risque explose de manière générale. La conjoncture économique est ainsi beaucoup plus importante à considérer.

Finalement, le choix de la méthodologie utilisée a un impact beaucoup plus important sur la qualité de nos résultats que le choix entre la VaR et la CVaR.

Table des matières

Liste des tableaux i

Table des figures iii

Remerciements iv

1. Introduction 1

2. Revue de la littérature 5

2.1 Caractéristiques d'une mesure de risque 5

2.2 La valeur à risque 7

2.2.1 La valeur à risque historique 9

2.2.2 La valeur à risque par Monte Carlo 9

2.2.3 La valeur à risque paramétrique 9

2.2.4 Quelques critiques 10

2.3 La valeur à risque conditionnelle 11

2.3.1 Définition générale de la valeur à risque conditionnelle 12

2.3.2 Valeur à risque conditionnelle découlant de la loi normale 12

2.4 Exigences de Bâle quant aux modèles d'évaluation interne 13

2.4.1 Critères sur l'horizon temporel 14

2.4.2 Critères sur la période d'observation 15

2.4.3 Critères sur le niveau de confiance 16

2.5 Les distributions Johnson et le calcul de VaR et de CVaR 16

2.5.1 La performance de la distribution Johnson 16

2.6 Les modèles GARCH 18

2.6 Titres à petite et à grande capitalisation : les différences 19

2.7 Conclusion sur la revue de la littérature 20

3. Données utilisées 22

3.1 Indice composite S&P TSX 60 22
3.2 Indice S&P TSX Venture Composite 24
3.3 Statistiques descriptives 25
3.3.1 La moyenne 26
3.3.2 L'écart type 27
3.3.3 Le coefficient d'asymétrie (skewness) 29
3.3.4 Le coefficient d'aplatissement (kurtosis) 30
4. Méthodologie utilisée 33
4.1 Procédure générale 33
4.2 Moments utilisés 34
4.3 Moments estimés GARCH 35
4.4 L'approche Johnson 36
4.4.1 Translations de normalisation 36
4.4.2 Calcul de la VaR 37
4.4.3 Calcul de la CVaR 38
4.5 Tests rétroactifs 39
5. Résultats de VaR et de CVaR 43
5.1 VaR et CVaR sur les bases de données 43
5.2 Johnson avec moments historiques 49
5.3 Johnson avec moments GARCH 51
5.4 Hypothèse de la loi normale 54
6. Résultats des tests rétroactifs 59
6.1 Johnson avec moments historiques 59
6.2 Johnson avec moments GARCH 67
6.3 Hypothèse de la loi normale 76

7. Conclusion 85

Appendice A : Preuve mathématique de la sous-additivité 88

Appendice B : Espérances conditionnelles partielles Johnson 90

B.1 La famille log-normale 90

B.2 La famille non bornée 90

B.3 La famille normale 91

Appendice C– Tests rétroactifs – Johnson moments historiques 92

Appendice D – Tests rétroactifs – Loi normale 94

Bibliographie 96

Liste des tableaux

Tableau 1: Moyenne des échantillons (Données quotidiennes).....26
Tableau 2: Écart type des échantillons (Données quotidiennes).....28
Tableau 3: Coefficients d'asymétrie (Skewness) des échantillons (Données quotidiennes) 29
Tableau 4: Coefficients d'aplatissement (Kurtosis) des échantillons (Données quotidiennes) 31
Tableau 5: Calculs de risque - Méthodologie de Johnson avec moments historiques (2001-2010) 43
Tableau 6: Calculs de risque - Méthodologie de Johnson avec moments historiques (2001-2007) 44
Tableau 7: Calculs de risque - Méthodologie de Johnson avec moments historiques (2008-2010) 45
Tableau 8: Calculs de risque en utilisant la méthodologie de Johnson avec Garch (2001-2010).....45
Tableau 9: Calculs de risque en utilisant la méthodologie de Johnson avec Garch (2001-2007).....46
Tableau 10: Calculs de risque en utilisant la méthodologie de Johnson avec Garch (2008-2010).....46
Tableau 11: Calculs de risque en utilisant la méthodologie de la Loi normale (2001-2010).....47
Tableau 12: Calculs de risque en utilisant la méthodologie de la Loi normale (2001-2007).....48
Tableau 13: Calculs de risque en utilisant la méthodologie de la Loi normale (2008-2010).....48
Tableau 14: Tests rétroactifs - S&P TSX 60 Johnson historique 1 jour fenêtre 250 jours 60
Tableau 15: Tests rétroactifs - S&P TSX 60 Johnson historique 1 jour fenêtre 500 jours 61
Tableau 16: Tests rétroactifs - S&P TSX Venture Johnson historique 1 jour fenêtre 250 jours 62
Tableau 17: Tests rétroactifs - S&P TSX Venture Johnson historique 1 jour fenêtre 500 jours 63
Tableau 18: Tests rétroactifs - S&P TSX 60 Johnson historique 5 jours fenêtre 250 jours.....64
Tableau 19: Tests rétroactifs - S&P TSX Venture Johnson historique 5 jours fenêtre 250 jours.....64
Tableau 20: Tests rétroactifs - S&P TSX 60 Johnson historique 10 jours fenêtre 250 jours.....65
Tableau 21: Tests rétroactifs - S&P TSX Venture Johnson historique 10 jours fenêtre 250 jours.....66
Tableau 22: Tests rétroactifs - S&P TSX 60 Johnson GARCH 1 jour fenêtre 250 jours 68
Tableau 23: Tests rétroactifs - S&P TSX 60 Johnson GARCH 1 jour fenêtre 500 jours 69
Tableau 24: Tests rétroactifs - S&P TSX Venture Johnson GARCH 1 jour fenêtre 250 jours 70
Tableau 25: Tests rétroactifs - S&P TSX Venture Johnson GARCH 1 jour fenêtre 500 jours 71
Tableau 26: Tests rétroactifs - S&P TSX 60 Johnson GARCH 5 jours fenêtre 500 jours.....72
Tableau 27: Tests rétroactifs - S&P TSX Venture Johnson GARCH 5 jours fenêtre 500 jours.....73
Tableau 28: Tests rétroactifs - S&P TSX 60 Johnson GARCH 10 jours fenêtre 500 jours.....74
Tableau 29: Tests rétroactifs - S&P TSX Venture Johnson GARCH 10 jours fenêtre 500 jours.....75
Tableau 30: Tests rétroactifs - S&P TSX 60 Loi normale 1 jour fenêtre 250 jours.....77
Tableau 31: Tests rétroactifs - S&P TSX 60 Loi normale 1 jour fenêtre 500 jours.....78
Tableau 32: Tests rétroactifs - S&P TSX Venture Loi normale 1 jour fenêtre 250 jours.....79
Tableau 33: Tests rétroactifs - S&P TSX Venture Loi normale 1 jour fenêtre 500 jours.....80
Tableau 34 : Tests rétroactifs – S&P TSX 60 Loi normale 5 jours fenêtre 250 jours 81
Tableau 35 : Tests rétroactifs – S&P TSX Venture Loi normale 5 jours fenêtre 250 jours.....81

Tableau 36: Tests rétroactifs - S&P TSX 60 Loi normale 10 jours fenêtre 250 jours 82
Tableau 37: Tests rétroactifs - S&P TSX Venture Loi normale 10 jours fenêtre 250 jours 83
Tableau 38: Tests rétroactifs - S&P TSX 60 Johnson historique 5 jours fenêtre 500 jours.....92
Tableau 39: Tests rétroactifs - S&P TSX Venture Johnson historique 5 jours fenêtre 500 jours.....92
Tableau 40: Tests rétroactifs - S&P TSX 60 Johnson historique 10 jours fenêtre 500 jours.....93
Tableau 41: Tests rétroactifs - S&P TSX Venture Johnson historique 10 jours fenêtre 500 jours.....93
Tableau 42: Tests rétroactifs - S&P TSX 60 Loi normale 5 jours fenêtre 500 jours 94
Tableau 43: Tests rétroactifs - S&P TSX Venture Loi normale 5 jours fenêtre 500 jours 94
Tableau 44: Tests rétroactifs - S&P TSX 60 Loi normale 10 jours fenêtre 500 jours 95
Tableau 45: Tests rétroactifs - S&P TSX Venture Loi normale 10 jours fenêtre 500 jours 95

Table des figures

Figure 1: Valeur quotidienne de l'indice S&P TSX 60.....23
Figure 2: Valeur quotidienne de l'indice S&P TSX Venture Composite.....24
Figure 3: Moyennes à 250 jours de nos échantillons sur la période étudiée.....27
Figure 4: Écarts types à 250 jours de nos échantillons sur la période étudiée.....28
Figure 5: Coefficients d'asymétrie à 250 jours de nos échantillons sur la période étudiée.....30
Figure 6: Coefficients d'aplatissement à 250 jours de nos échantillons sur la période étudiée.....31
Figure 7: Valeurs à risque conditionnelles 1 jour à 1% avec Johnson moments historiques.....49
Figure 8: Valeurs à risque conditionnelles 5 jours à 1% avec Johnson moments historiques.....50
Figure 9: Valeurs à risque conditionnelles 10 jours à 1% avec Johnson moments historiques.....51
Figure 10: Valeurs à risque conditionnelles 1 jour à 1% avec GARCH (S&P TSX 60).....52
Figure 11: Valeurs à risque conditionnelles 1 jour à 1% avec GARCH (S&P TSX Venture).....53
Figure 12: Valeurs à risque conditionnelles 5 jours à 1% avec GARCH.....54
Figure 13: Valeurs à risque conditionnelles 1 jour à 1% Loi normale.....55
Figure 14: Valeurs à risque conditionnelles 5 jours à 1% Loi normale.....56
Figure 15: Valeurs à risque conditionnelles 10 jours à 1% Loi normale.....57

Remerciements

Ce mémoire de maîtrise constitue pour moi l'aboutissement de nombreuses années d'études. Ces courts mots de remerciements ne pourront jamais à eux seuls rendre grâce à toutes celles et ceux qui ont su à travers leurs gestes et leurs paroles faire de moi qui je suis aujourd'hui. Je m'y lance malgré tout.

Tout d'abord, je ne peux évidemment pas passer sous silence le travail exceptionnel de mes directeurs de recherche, messieurs Jean-Guy Simonato et Georges Dionne. Leurs judicieux conseils et leur disponibilité continue tout au long de ma rédaction m'ont permis de me rendre au bout. Leur précieux soutien financier tout au long de mes travaux de recherche m'a également donné la chance de mener mes études à terme avec succès. J'aurai passé près de six années à HEC Montréal et obtenu deux diplômes universitaires. Je suis fier aujourd'hui de pouvoir dire que je ferai partie à jamais de la famille de cette université de renommée internationale.

De tous mes amis et de toutes les connaissances que j'ai pu me faire à travers les années, c'est certainement le nom de mon ami Vincent Lachapelle qui doit paraître aujourd'hui sur cette page. Sans négliger mes partenaires de résidences ou mes collègues de l'université, mes meilleurs mots amicaux sont pour toi vieux Roi.

De nombreux membres de ma famille ont également contribué à ma réussite scolaire. Un énorme merci à André et Manon qui sont là pour moi depuis toujours. Je remercie également Johanne et Yves pour leur intérêt constant dans tous les projets auxquels je participe. Des remerciements tout particuliers également à Marcel et Nancy pour leur hospitalité.

Pour terminer, je ne pourrai jamais passer sous silence les sacrifices de mes parents Linda et Normand. Je remercie Normand pour ces nombreux conseils depuis ma jeune enfance et ses encouragements afin de me dépasser constamment.

Évidemment, l'amour d'une mère pour son enfant est plus grand que tout et Linda me l'a bien démontré. Je ne trouverai jamais de mots assez grands pour te remercier. Mon existence serait bien différente sans toi, merci du fond du cœur.

1. Introduction

Suite à une décennie des plus volatile sur les marchés boursiers au niveau international, les interrogations quant aux performances de nos outils de mesure de risque pleuvent de partout. Bien que ce débat interminable ait lieu depuis le milieu des années 90, la plus récente crise financière semble s'être assurée de remettre ce sujet à l'ordre du jour et d'en faire une priorité pour les instances de réglementation et les institutions financières.

Cette crise économique qui fut annoncée officiellement par la Banque du Canada le 9 décembre 2008 et deux jours plus tard aux États-Unis par le «National Bureau of Economic Research» (NBER), signifia au marché que l'Amérique était en récession depuis environ un an. Cette récession mondiale se termina officiellement en juin 2009.

Cette difficile conjoncture économique que nous avons connue se refléta sur les marchés boursiers par des jours très sombres qui firent en sorte que la plupart des indices boursiers perdirent autour de 50 % de leur valeur dans l'espace d'environ six mois. L'indice S&P TSX passa de 14 984 points dans la semaine du 12 mai 2008 à 7591 points dans la semaine du 2 mars 2009. La majorité des principaux outils de mesure de risque n'ont pas su adéquatement évaluer le risque réel auquel les différentes entités financières faisaient face durant cette période d'extrême volatilité.

C'est lors de tels événements que nous pouvons constater la grande utilité de la gestion du risque, et ce, principalement au sein des institutions financières. Puisque les banques font face à un cadre réglementaire particulier, elles doivent être gérées de manière distincte. Les mesures gouvernementales visant à protéger les déposants, par exemple l'assurance-dépôts, jouent un rôle important sur le comportement face au risque des épargnants. Cette assurance permet de récupérer son dépôt en cas de faillite d'une banque jusqu'à 100 000$ au Canada.

Puisque la sélection d'une banque par les déposants se fait presque seulement en fonction des taux d'intérêt qu'elle offre et de sa proximité, la réglementation impose

des exigences minimales en matière de capital afin de contrôler les abus qui pourraient être faits par les banques suite à la négligence de leurs clients et de leurs gestionnaires.

Le filet de sécurité créé par la réglementation vise également à protéger le système financier de manière plus macroéconomique. Une fuite des capitaux au sein d'une institution financière en difficulté risquerait de créer un effet de contagion sur les autres banques ce qui résulterait en une grave crise de liquidité sur l'ensemble de l'économie.

La dernière récession démontra évidemment l'importance de considérer la moyenne et l'écart type des rendements de nos titres et de nos portefeuilles lors de l'évaluation du risque, mais également le possible avantage de considérer les troisièmes et quatrièmes moments de leur distribution, soient le coefficient d'asymétrie « skewness » et le coefficient d'aplatissement « kurtosis ».

Étant donné que les instances de régulation suggèrent un modèle d'évaluation du risque de marché pour calculer le capital réglementaire, mais qu'elles permettent également aux institutions financières de développer leur propre modèle interne, les banques ont tout avantage à posséder leur propre division de gestion des risques. De cette manière, elles peuvent construire une formule interne qui leur est normalement avantageuse lors du calcul de la valeur à risque (VaR)[1].

Après tout ce bouleversement, il est logique de nous poser de nombreuses questions. La réglementation de Bâle impose-t-elle des normes adéquates pour quantifier le risque de marché? La VaR suffit-elle à calculer les exigences en matière de réserves de capital de manière efficace? Est-ce que cette même mesure convient à tous les portefeuilles de titres? Alors que les recherches antérieures ne semblent pas s'entendre unanimement sur des réponses à ces questions, les principaux opposants à cette mesure de risque traditionnelle ont présenté différentes alternatives. La moyenne des pertes excédant la VaR, souvent nommée la valeur à risque

[1] Au sein de ce mémoire, le terme valeur à risque sera souvent abrégé par VaR pour des fins de fluidité.

conditionnelle (CVaR)[2] est celle qui prend de plus en plus d'importance. Cette nouvelle mesure de risque a-t-elle davantage d'avenir au sein des marchés financiers de plus en plus complexes et volatils et est-elle parvenue à mieux s'en tirer pendant la récente crise économique?

Afin de participer à un domaine auquel nous donnons de plus en plus d'importance dans le monde financier, soit la gestion des risques, ce mémoire prend le temps de s'attarder à la performance de certaines méthodologies utilisées afin d'évaluer la VaR et la CVaR pour certains titres financiers. Ainsi, notre travail s'appuie principalement sur les résultats obtenus dans l'étude de Simonato (2010) qui démontrent l'avantage de l'utilisation d'une distribution de Johnson au sein de l'évaluation de la CVaR lorsque nous avons des distributions asymétriques et leptokurtiques comparativement aux approches de Cornish-Fisher et Gram-Charlier. L'objectif de ce mémoire est de vérifier si la CVaR possède un avantage réel sur la VaR en utilisant une distribution Johnson et ce sur des titres à petite et à grande capitalisation. Notre étude se distingue par la comparaison de la performance de cette mesure dominante sur des titres à petite capitalisation et à grande capitalisation sur les marchés canadiens.

Également, la méthodologie utilisant les distributions de Johnson est utilisée de deux manières différentes. D'une part, nous utilisons les moments historiques et de l'autre, une procédure qui estime les moments en utilisant un processus Garch tiré de Duan et al. (1999).

Nous y ajoutons la méthodologie de RiskMetrics présentée à l'époque par JP Morgan afin de vérifier s'il y a une différence importante à poser l'hypothèse de la loi normale et de mettre de côté les troisièmes et quatrièmes moments d'une distribution. Nous prenons également le temps de faire des tests rétroactifs afin de vérifier la solidité des résultats.

[2] Tout comme la valeur à risque, la valeur à risque conditionnelle sera souvent abrégée par CVaR pour des fins de fluidité.

La suite de ce mémoire vous est présentée comme suit. La revue de la littérature présente les caractéristiques que la littérature confère à une bonne mesure de risque. Également, elle définit adéquatement la valeur à risque et elle introduit la structure mathématique de la moyenne des pertes excédant la valeur à risque. Cette même section permet également d'énumérer certaines conditions nécessaires lors de la construction d'un modèle interne pour l'évaluation du risque de marché ainsi que les résultats de l'article de Simonato (2010). Finalement, nous portons une attention à la différence entre les titres boursiers d'entreprises à petite capitalisation et les titres à grande capitalisation.

Nous poursuivons en présentant une section contenant les données utilisées pour ce travail ainsi que des statistiques descriptives permettant de justifier notre choix. Cette portion du mémoire est suivie par la méthodologie utilisée pour les calculs de VaR et de CVaR ainsi que pour les tests rétroactifs.

Finalement, ce mémoire expose les résultats, donne une analyse de ceux-ci ainsi qu'une conclusion.

2. Revue de la littérature

Cette revue de la littérature se divise en trois volets principaux. Tout d'abord, nous présentons les principales caractéristiques d'une bonne mesure de risque présentée dans la littérature financière. Ensuite, nous faisons un tour d'horizon des principales méthodes de calcul de la VaR et de la CVaR. Par la suite, nous présentons les éléments réglementaires à considérer et la distribution de Johnson. Finalement, nous abordons les principales différences entre les titres à petite capitalisation et les titres à grande capitalisation.

2.1 Caractéristiques d'une mesure de risque

Une théorie de ce que doit être une mesure de risque est présentée dans la littérature par Szegö (2002). Cette section constitue le point d'ancrage au développement des outils de mesure de la gestion des risques ainsi que leur évaluation.

Ses propos nous permettent d'y comprendre que si nous prenons pour exemple les rendements offerts par un certain nombre de produits financiers donnés que nous pouvons noter X, mesurer le risque devient équivalant à établir une correspondance ρ entre les variables aléatoires de rendements X et un nombre réel non négatif R déterminé.

$$\rho: X \rightarrow R$$

Ces mesures scalaires du risque permettent d'ordonner et de comparer les investissements par rapport à leur valeur respective pondérée par le risque. Certaines restrictions doivent être imposées afin de ne pas obtenir d'inexactitude dans les résultats. Afin de mieux comprendre les conditions nécessaires à une mesure du risque scalaire, Szegö (2002) nous rappelle trois éléments essentiels définissant la distance entre deux points dans l'espace X : « La distance entre un point et lui-même doit être nulle. De plus, la distance ne change pas en inversant les deux points mesurés. Finalement, lorsqu'il y a trois points donnés, la distance entre n'importe

quelle paire ne peut être plus grande que la somme des distances entre les deux autres paires. » (traduction libre)

Lorsqu'une mesure respecte ces critères, nous avons affaire à une mesure de distance adéquate. L'auteur nous mentionne que les éléments présentés ci-haut ne définissent pas une mesure précise, mais seulement les caractéristiques générales des mesures possibles.

Lorsque nous voulons associer ces conditions à une mesure de risque, certaines analogies doivent être faites. Dans ce cas-ci, il est possible de nous référer aux avancements d'Artzner et al. (1997, 1999) ainsi que de Frittelli et al. (2002).

Toute mesure de risque (ρ) acceptable doit satisfaire les exigences suivantes :

- Homogénéité positive (respect des échelles) : $\rho(\lambda x) = \lambda\rho(x)$ pour toutes variables *x* et tous les nombres réels positifs λ.
- Sous-additivité : $\rho(x + y) \leq \rho(x) + \rho(y)$ pour toutes variables x et y. Notons qu'il est prouvé qu'une fonction homogène positive est convexe seulement si elle est sous-additive.
- Monotonie : $x \leq y$ implique que $\rho(x) \leq \rho(y)$ pour toutes variables x et y.
- Invariance transitionnelle : $\rho(x + \alpha r_0) = \rho(x) - \alpha$ pour toute variable x et nombres réels α, ainsi que pour le paramètre r_0 que nous pouvons interpréter comme le taux sans risque.

Szegö (2002) fait part de quelques commentaires pertinents sur la signification économique de ces conditions.

En ce qui a trait à la sous-additivité, si ρ n'est pas sous-additif, il devient plus avantageux pour une entreprise de se diviser en différentes sections indépendantes. Au niveau de la réglementation financière, ceci implique alors une diminution du capital requis ce qui est fortement incohérent avec les théories connues de diversification. La sous-additivité correspond ainsi à la diversification des risques.

L'invariance transitionnelle implique que lorsqu'il y a ajout d'une source de rendement certain αr_0 à un rendement espéré futur incertain x, le risque $\rho(x)$ diminue par α.

Finalement, il est important de noter que la monotonie exclut toute mesure de risque de type semi-variance[3]. Ces conditions sont considérées comme étant très importantes aujourd'hui au sein de la littérature financière et ont apporté un lot important de contestation quant à certaines mesures de risque.

Notez que les deux premières conditions se retrouvent parfois sous une forme différente selon les chercheurs. Carr et al. (2001) et par la suite Fritelli et al. (2002) les regroupent afin de parler du concept de convexité de :

$$\rho(\lambda X + (1-\lambda)Y) \leq \lambda\rho(X) + (1-\lambda)\rho(Y), \qquad 0 \leq \lambda \leq 1$$

2.2 La valeur à risque

Maintenant que nous sommes en mesure de clairement définir un risque de manière mathématique, il va de soi de présenter comment il nous est possible de le mesurer relativement à un contexte financier réel. L'outil le plus réputé et reconnu à ce sujet est la VaR. À ce jour, cette mesure constitue le principal élément que l'on retrouve au sein de la réglementation de Bâle afin de quantifier le risque de marché.

Ce concept est né à la suite de l'apparition et de la complexification des produits financiers vers la fin des années 1980. Maintenant utilisé par l'ensemble des entreprises financières, celles-ci sont autorisées à développer leur propre modèle de VaR tout en respectant certains critères minimums imposés par l'Accord de Bâle :

- Utilisation d'un niveau de confiance à 99%
- Calcul d'une VaR à 10 jours
- Le calcul de capital exigé équivaut généralement à 3 fois cette VaR (99%, 10 jours).

[3] Au sein d'une mesure de risque de type semi-variance, il n'y a que les rendements négatifs qui sont considérés dans le calcul. Voir Markowitz (1959).

Les explications quant à ces critères sont présentées au sein de la section 2.4. Mais qu'est-ce que la VaR représente concrètement? Elle représente en fait le montant de pertes, exprimé normalement en rendements (r_h), sur un horizon temporel h qui ne devrait généralement pas excéder un certain niveau de confiance (1-α) donné. Cette mesure statistique doit ainsi refléter les pertes dues au risque de marché provenant d'une variation normale de celui-ci.

$$Probabilité(r_h < VaR) = \alpha$$

La littérature financière lui confère de nombreux avantages étant donné sa renommée sur les marchés. Celle-ci est utilisable pour toutes les classes d'actifs, que l'on ait des actions, des obligations, des swaps, des contrats à terme ou encore même un portefeuille composé de plus d'une classe de ces actifs. De plus, son interprétation est très simple puisqu'elle ne se résume qu'à un seul chiffre, un argument important qui évite toute confusion sur sa signification lorsqu'elle est utilisée par les grandes banques ou toutes autres entreprises financières. Finalement, elle est transposable la plupart du temps sur des horizons temporels différents en la multipliant par la racine du nombre de jours ouvrables désirés, par exemple :

$$VaR_{10\ jours} = VaR_{1\ jour} \cdot \sqrt{10}$$

Il s'agit de la manière la plus simpliste avec laquelle les entreprises financières peuvent convertir leur calcul de VaR à 1 jour en une VaR à 10 jours afin de se conformer à la réglementation. Cette façon de faire repose cependant sur des hypothèses très fortes et critiquées dont celle où les rendements seraient indépendants et identiquement distribués entre les périodes.

Il est intéressant de distinguer trois principales méthodologies différentes afin de calculer la VaR et qui sont proposées par la réglementation :

- VaR historique
- VaR par simulation de Monte Carlo
- VaR paramétrique

2.2.1 La valeur à risque historique

La VaR historique se fonde, comme son nom l'indique, sur les gains et les pertes passés de notre portefeuille d'instruments financiers. La plus forte hypothèse que l'on pose en utilisant cette méthode-ci et également la plus critiquée est que les cours passés doivent refléter les cours futurs de notre portefeuille. Il s'agit également de la démarche la plus simple proposée, puisqu'une fois que nous avons obtenu nos résultats passés, ils ne nous restent plus qu'à placer ces résultats par ordre croissant et identifier notre VaR en y déduisant le quantile de notre distribution, celui-ci correspondant à notre seuil de confiance. Ainsi, très peu d'hypothèses sont posées sur la distribution statistique de notre élément évalué.

2.2.2 La valeur à risque par Monte Carlo

La VaR par simulation de Monte Carlo consiste pour sa part à générer des scénarios possibles sur le portefeuille détenu en prenant en considération les facteurs de marchés. Linsmeier et al. (1996) nous expliquent la marche à suivre suivante : Il faut tout d'abord déterminer ou poser hypothétiquement une distribution spécifique qui représente le plus adéquatement possible les changements possibles de nos facteurs de marchés. Nos paramètres de distribution peuvent ainsi être estimés. Une fois que ces étapes sont complétées, l'utilisation d'un générateur aléatoire (Excel ou Matlab par exemple) est requise afin d'obtenir un nombre de valeurs hypothétiques N de changement des valeurs des facteurs de marchés. Ce nombre N de valeurs est au minimum 1000 afin d'obtenir des résultats précis et est bien souvent plus grand que 10 000. Ces N résultats hypothétiques sont utilisés afin d'obtenir N valeurs de notre portefeuille par lesquelles nous pouvons en déduire les gains et les pertes quotidiennes. Finalement, ces pertes ou ces gains quotidiens que l'on exprime souvent en rendement sont ordonnés tout comme la méthode précédente et la VaR représente à nouveau la perte maximale que l'on retrouve au seuil de confiance $1 - \alpha$.

2.2.3 La valeur à risque paramétrique

La VaR paramétrique est une évaluation analytique de notre portefeuille d'instruments financiers. Elle est mise de l'avant en prenant en considération les caractéristiques qui sont propres à ce portefeuille et aux conditions de notre marché.

La méthode paramétrique la plus reconnue provient de la banque JP Morgan qui développa ce modèle en 1994 et connu sous le nom de Risk Metrics. Contrairement à la méthode précédente, la distribution est fixée dans ce modèle. Ainsi, la distribution de nos facteurs de risque suit, par exemple, souvent une loi normale. Une conséquence de cette décision est que cette même distribution est limitée par une matrice de covariance qui représente les corrélations entre ces facteurs. Suite aux hypothèses qui sont posées, il devient possible d'inférer une formule analytique du calcul de la VaR.

De manière générale, il est possible d'écrire alors la VaR[4] de la manière suivante :

$$VaR_h = \mu_h + \sigma_h \cdot \phi^{-1}(1-\alpha)$$

où μ_h et σ_h sont respectivement la moyenne et l'écart type sur un horizon temporel h et $\phi^{-1}(1-\alpha)$ est la fonction quantile de la distribution normale centrée réduite. Par exemple :

$$\phi^{-1}(1-99\%) = -2.32634787$$

À présent, des dizaines de méthodes différentes sont proposées afin de calculer la valeur à risque de manière optimale. Cette façon de faire qui vient de vous être présentée ci-haut nous servira de comparaison à la principale méthodologie que nous suivons au sein de ce mémoire et qui vous est présentée ultérieurement.

2.2.4 Quelques critiques

Les principales critiques envers la VaR reposent sur les hypothèses que l'on pose souvent concernant la loi normale pour cette méthodologie. Cette décision fait en sorte que l'on peut sous-estimer dans de nombreux cas l'épaisseur des queues de distribution et de ce fait le risque réel auquel nous sommes exposés.

Outre cette critique concernant les hypothèses, le principal point qui a influencé l'apparition de nouvelles méthodes d'évaluation du risque avec les années

[4] Dans notre mémoire, la VaR définie est absolue. La VaR relative : $VaR = \sigma_h \cdot \phi^{-1}(1-\alpha)$ est utilisée lorsque le décideur veut un calcul de capital qui couvre la moyenne des rendements μ_h.

est le fait que la valeur à risque ne constitue pas une mesure de risque valable si l'on se réfère à la définition que l'on a du risque et qui est présentée plus haut dans ce document. La VaR possède seulement la caractéristique de sous-additivité dans le cas particulier où la distribution jointe des rendements est elliptique, dont entre autre la distribution normale. En effet, tel qu'il est présenté par Szegö (2002) : « La valeur à risque s'avère être en général peu cohérente et en particulier non sous-additive. » (traduction libre) Malgré cette critique importante, la VaR demeure le principal outil considéré par la réglementation financière. C'est pour cette raison qu'elle est utilisée au sein de notre méthodologie afin de comparer les performances de la CVaR à travers le temps.

2.3 La valeur à risque conditionnelle

Cette section couvre la moyenne des pertes excédant la valeur à risque. Cet outil de mesure est apparu dans la littérature afin de remédier aux différentes lacunes que la valeur à risque possède lors de l'évaluation du risque. Comme il est mentionné précédemment, la VaR ne constitue pas une mesure de risque adéquate dans de nombreux cas à cause de la propriété de sous-additivité qu'elle ne parvient pas à respecter. Or, la CVaR possède cette caractéristique et l'ensemble des autres (homogénéité, monotonie et invariance transitionnelle) qui furent mentionnées ce qui fait d'elle une mesure de risque valable dans tous les cas. (Voir Appendice A pour la preuve de sous-additivité)

Comme sa description l'indique, cette mesure de risque découle directement de la valeur à risque. En plus de respecter les critères mathématiques nécessaires à une bonne mesure du risque, elle vient combler une importante critique faite à la VaR. Sa mesure tient compte des scénarios extrêmes potentiellement envisageables qui se retrouvent au-delà du niveau de confiance de la valeur à risque. Par le fait même, cet outil se veut plus conservateur que la VaR elle-même.

2.3.1 Définition générale de la valeur à risque conditionnelle

À partir de la VaR, le concept de CVaR devient relativement trivial. Comme nous le mentionnons au cours de ce mémoire, la CVaR est l'espérance des pertes étant plus grandes à la VaR, c'est-à-dire $E[r_h|r_h < VaR]$.

Ainsi, nous pouvons réécrire la CVaR de la manière présentée dans Simonato (2010):

$$CVaR = \frac{EP[r_h|r_h < VaR]}{\Pr(r_h < VaR)},$$

où EP représente la valeur espérée conditionnelle partielle définit comme étant :

$$\int_{-\infty}^{VaR} r_h \times f(r_h) dr_h.$$

Utilisant la définition de rendement standardisé, cette espérance conditionnelle partielle est écrite ainsi :

$$\mu_h \times \phi(k) + \sigma_h \int_{-\infty}^{k} z_h \times f(z_h) dz_h,$$

où nous avons que :

$$k = \frac{VaR - \mu_h}{\sigma_h},$$

et que z_h est le rendement standardisé définit comme :

$$z_h = \frac{r_h - \mu_h}{\sigma_h}.$$

La CVaR est alors :

$$CVaR = \mu_h + \sigma_h \frac{\int_{-\infty}^{k} z_h \times f(z_h) dz_h}{\phi(k)}.$$

2.3.2 Valeur à risque conditionnelle découlant de la loi normale

Si nous voulons obtenir la CVaR correspondante à la CVaR calculée avec la méthode paramétrique proposée à la base par la banque JP Morgan, il est possible de l'obtenir de la manière qui suit. Les calculs suivants sont tirés de Yamai et Yoshiba (2002) où à nouveau $Probabilité(r_h < VaR) = \alpha$:

$$CVaR(X,\alpha) = E[-X|-X \geq VaR(X,\alpha)],$$

ce qui peut s'écrire en utilisant une fonction indicatrice[5] :

$$CVaR(X,\alpha) = \frac{E\left[-X \cdot I_{\{X \leq -VaR(X,\alpha)\}}\right]}{\alpha},$$

sous la forme d'un calcul intégral, cette équation devient :

$$CVaR(X,\alpha) = -\frac{1}{\alpha\sigma_X\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{VaR(X,\alpha)} t \cdot e^{\frac{-t^2}{2\sigma_x^2}} dt$$

Finalement, en calculant cette intégrale nous obtenons :

$$CVaR(X,\alpha) = -\frac{1}{\alpha\sigma_X\sqrt{2\pi}}\left[-\sigma_x^2 e^{\frac{-t^2}{2\sigma_X^2}}\right]_{-\infty}^{-VaR(X,\alpha)},$$

$$= \frac{\sigma_X}{\alpha\sqrt{2\pi}} e^{\frac{-VaR(X)^2}{2\sigma_X^2}},$$

$$CVaR(X,\alpha) = \frac{\sigma_X}{\alpha\sqrt{2\pi}} e^{\frac{-q_\alpha^2\sigma_X^2}{2\sigma_X^2}} = \frac{\sigma_X}{\alpha\sqrt{2\pi}} e^{\frac{-q_\alpha^2}{2}}.$$

Dans cette dernière équation, q_α est le $100\,\alpha$ centile supérieur de la distribution normale standard.

2.4 Exigences de Bâle quant aux modèles d'évaluation interne

Comme nous l'avons mentionné précédemment dans la section touchant la valeur à risque, le comité de supervision bancaire de Bâle permet aux différentes institutions financières d'utiliser un modèle interne plutôt que le modèle standard proposé.

[5] La fonction $I_{\{X \leq -VaR^\alpha(X)\}}$ est une fonction indicatrice qui prend la valeur 1 lorsque $\{x \leq -VaR^\alpha(x)\}$ est vrai.

Cette relative flexibilité rend la division de gestion des risques encore plus essentielle au bon fonctionnement des banques. Au Canada, l'importante taille de l'ensemble des banques permet à chacune d'elle d'investir en gestion des risques de manière performante. Elles peuvent ainsi tirer avantage de cette possibilité offerte par la réglementation contrairement à certaines autres institutions, particulièrement aux États-Unis, beaucoup plus petites et qui n'ont pas le capital physique et monétaire afin de développer des modèles plus rentables pour leur entreprise. Évidemment, certaines conditions s'appliquent lors de la construction de ces modèles d'évaluation du risque interne.

Les critères qui vous sont présentés dans les sous-sections suivantes proviennent du document du « Basel Commitee on Banking Supervision » d'avril 1995. Le comité de Bâle fait un travail continu afin de rendre optimale la réglementation, mais ces critères qui suivent sont toujours valides à l'heure actuelle et ne furent pas modifiés jusqu'à présent. Le document mis à jour au fil des ans n'a pas modifié ces éléments. Nous nous assurons de les respecter au sein de notre méthodologie.

2.4.1 Critères sur l'horizon temporel

Cette première sous-section prend en considération de nombreux éléments afin d'identifier la période d'évaluation adéquate. Toutes choses étant égales par ailleurs, une mesure de risque sera plus grande sur un horizon temporel plus grand. $\left(CVaR_{1jour} < CVaR_{5jours} < CVaR_{10jours}\right)$ En effet, une plus longue période de détention augmente la probabilité de subir des pertes plus importantes et également de faire face à un événement rare, comme par exemple une crise de liquidité. Les portefeuilles de négociation de la plupart des institutions financières se fondent sur une journée ouvrable. Évidemment, cette optique quotidienne est cohérente étant donné que les décisions des négociateurs peuvent être prises au jour le jour. Ceux-ci font alors face à un risque quotidien. L'utilisation de données quotidiennes dans ce mémoire est en lien avec ces points.

Également, il ne faut pas perdre de vue que la réglementation sert à déterminer les exigences de fonds propres minimales. C'est pour cette raison qu'un

horizon de temps plus long doit être déterminé. Un facteur qui entre en ligne de compte est la liquidité. D'une part, une période de temps plus grande augmente les dangers que les marchés deviennent non liquides et que les institutions financières aient ainsi des problèmes à se départir de leurs positions sur les marchés. De tels problèmes peuvent entraîner des pertes énormes lors de contextes difficiles comme la dernière récession nous le démontra. D'autre part, la période de temps ne doit évidemment pas être trop longue sachant les périodes de détention moyennes de titres sur les marchés.

Pour cette raison, le comité a mis de l'avant une règle stricte visant à ce que la fenêtre de détention pour la mesure de la perte potentielle provenant des fonds propres pour le risque de marché soit de deux semaines. Ces deux semaines correspondent à 10 jours ouvrables et expliquent le calcul de VaRs à 10 jours.

2.4.2 Critères sur la période d'observation

Un autre élément qui peut affecter nos calculs de risque à différents moments donnés est la période sur laquelle nous prenons nos données. Ainsi, l'utilisation d'un horizon plus court donne plus d'importance aux évènements récents qui se sont produits sur les marchés financiers. Celui-ci amène généralement un plus grand écart type de la mesure étant donné le plus petit nombre d'observations. De l'autre côté, une augmentation de l'horizon peut sembler plus prudente, mais la perte moyenne dépend de la rapidité de la variation des prix à une époque ou à une autre.

Par ces constatations, la principale faiblesse d'un horizon plus court est qu'il ne considère que des chocs récents, ce qui peut se traduire par des mesures de risque très faibles si nous avons affaire à une période de forte stabilité. Pour ce qui est d'un horizon plus long, celui-ci ne peut pas réagir de manière rapide à l'évolution du comportement des marchés. La valeur à risque s'ajuste ainsi très lentement à une poussée de la volatilité à court terme et de manière très peu importante si cette augmentation est brève.

En réponse à ces résultats et aux grands nombres de produits financiers maintenant disponibles sur les marchés, le comité ne croit pas qu'il faut fixer un

horizon temporel précis pour l'ensemble des banques. Celles-ci peuvent être en mesure par elle-même d'identifier et de mesurer convenablement leur période d'observation. Toutefois, le comité de Bâle met de l'avant un cadre formel qui stipule que les banques sont obligées d'appliquer un horizon temporel d'au moins un an, soit 250 jours ouvrables pour le calcul de leur mesure de risque.

2.4.3 Critères sur le niveau de confiance

Le niveau de confiance α est un paramètre essentiel lors du calcul de la valeur à risque et de la valeur à risque conditionnelle comme nous l'avons vu plus haut. En cette matière, le comité de Bâle a fixé ce seuil de confiance à 99% afin d'éliminer la queue de distribution à une extrémité de la courbe. L'ensemble des banques qui désirent utiliser les modèles internes doit s'y conformer.

Normalement, cela signifie que si notre modèle est bien construit, il ne reste qu'une probabilité d'un pour cent qu'une perte excède notre calcul de mesure de risque.

2.5 Les distributions Johnson et le calcul de VaR et de CVaR

Les distributions de Johnson proviennent de l'article de Johnson (1949). Dans cette publication, nous découvrons un processus permettant de faire correspondre une distribution particulière à un lot de moments donnés. Bien que cette méthodologie ne date pas d'hier, celle-ci trouve sa place au sein de la littérature financière depuis les dernières années. Tout d'abord présentée au sein de Zhangari (1996), Mina et Ulmer (1999) ainsi que dans le document technique «Riskmetrics» (1996) pour calculer des VaRs, les récents travaux de Simonato (2010) ont présenté sa performance plus qu'intéressante lors du calcul de la CVaR.

2.5.1 La performance de la distribution Johnson

L'article de Simonato (2010) apporte une contribution à la littérature financière en comparant les résultats obtenus par Johnson avec ceux que l'on calcule avec les approches de Cornish-Fisher et Gram-Charlier lors du calcul des VaRs et

des CVaRs. Ces résultats sont également comparés avec les valeurs de référence exactes.

En utilisant dans son cas un modèle de sauts avec diffusion de Merton (1976) pour générer différentes distributions, l'auteur a ainsi pu obtenir différents résultats sur différents horizons. Certaines constatations justifient notre choix de méthodologie.

Tout d'abord, en utilisant les moments exacts comme entrants lors du calcul de la VaR avec Cornish-Fisher dans le cas d'un horizon de cinq jours, la combinaison des troisième et quatrième moments produit une fonction quantile non monotone qui n'offre pas de résultats au calcul. Pour ce qui est de l'approche de Gram-Charlier, nous obtenons des problèmes avec l'horizon temporel de cinq et dix jours. Les densités approximatives présentent des probabilités négatives. Globalement, les quelques résultats obtenus avec les deux méthodes précédentes sont similaires à ceux obtenus par Johnson avec un niveau de confiance de 99% et 95%. Toutefois, au niveau de 99.9%, les méthodes de Gram-Charlier et Cornish-Fisher présentent tous les deux de grands écarts avec le «benchmark» comparativement à la distribution de Johnson. Pour ce qui est de la CVaR, les résultats sont très similaires. La méthodologie de Johnson surpasse grandement les deux autres qui sont présentées.

Également, puisque les moments exacts ne sont généralement pas connus, l'auteur utilise les moments estimés avec le modèle de diffusion avec sauts de Merton (1976) pour calculer différentes VaRs et CVaRs. En comparant les cas de Johnson et de Cornish-Fisher, les calculs de la VaR avec Johnson présentent de plus petits écarts types dans toutes les situations étudiées. En ce qui a trait aux cas avec Gram-Charlier, les écarts type sont plus petits pour les faibles probabilités (0.1%) alors qu'ils sont plus grands à 1% et 5%. Lors du calcul des CVaRs, la méthode de Cornish-Fisher offre des estimations plus juste à certains moments, mais un nombre élevé de valeurs extrêmes à 5% qui ne sont pas cohérentes. Les résultats avec Gram-Charlier démontrent des résultats similaires pour la CVaR et la VaR.

Finalement, la distribution de Johnson est celle qui présente le plus faible taux d'échec de convergence des moments estimés vers les moments de population dans l'ensemble de l'article. Comme nous le voyons dans la méthodologie, la procédure Johnson utilisée pour évaluer ces mesures de risque utilise l'algorithme de Hill et al. (1976) qui fait défaut moins d'une fois sur mille.

2.6 Les modèles GARCH

Les modèles GARCH (*Generalized AutoRegressive Conditional Heteroscedasticity*) furent introduits par Bollerslev (1986). Cette famille de modèles est très répandue dans les différents concepts financiers, particulièrement en ce qui a trait à l'évaluation du prix des options. La caractéristique première des modèles GARCH est qu'elle suppose que les variations de la volatilité au cours du temps sont corrélées.

Le modèle de base GARCH(1,1) où h_t correspond au terme non-constant de variance est :

$$h_t = \varpi + \beta h_{t-1} + \alpha \varepsilon_{t-1}^2,$$

où ϖ, β, et α sont trois paramètres positifs. ϖ est une constante qui représente la valeur de la variance à long terme. Afin de préserver la stationnarité des r_{t-1}^2, nous devons nous assurer que :

$$\beta + \alpha < 1.$$

Dans ce présent mémoire, nous voyons au sein de la méthodologie une technique d'estimation des moments provenant de Duan et al. (1999) qui utilise le modèle NGARCH (GARCH asymétrique non-linéaire) proposé par Engle et al. (1993) et Duan (1995). Ce modèle précis permet de capturer, entre le niveau de volatilité et les rendements, une corrélation négative. Ainsi, ce modèle parvient à produire des «smiles» de volatilité asymétriques.

Le processus NGARCH qui est ainsi estimé par la procédure de maximum de vraisemblance est :

$$ln\frac{S_{t+1}}{S_t} = \mu - \frac{1}{2}h_{t+1} + \sqrt{h_{t+1}}\varepsilon_{t+1},$$

où S_t est le prix d'un titre. Le modèle NGARCH modélise alors la dynamique de la variance de la manière suivante :

$$h_{t+1} = \beta_0 + \beta_1 h_t + \beta_2 h_t(\varepsilon_t - \theta)^2,$$

et

$$\varepsilon_t \sim N(0,1),$$

où $\varepsilon_t : t = 0,1, \ldots$ est une séquence de variables aléatoires normales et indépendantes. Les restrictions paramétriques de GARCH $\beta_0 > 0, \beta_1 \geq 0, \beta_2 \geq 0$ sont suivies. θ correspond au coefficient d'asymétrie présent dans le modèle NGARCH. La structure d'information est la filtration $\{\mathcal{F}_t : t \in \{0,1, \ldots\}\}$, où $\mathcal{F}_0$est le «σ-field» généré par S_0 et h_1, et $\mathcal{F}_t$est le «σ-field» généré par $\{S_0, h_1, \varepsilon_s : s \in \{1,2, \ldots, t\}\}$. Ce modèle est implanté dans Matlab afin de mettre de l'avant la méthodologie utilisée dans ce mémoire.

2.6 Titres à petite et à grande capitalisation : les différences

Tous les titres d'actions ne possèdent évidemment pas les mêmes caractéristiques. La littérature financière divise par exemple les titres d'entreprises à petite capitalisation de ceux à grande capitalisation. Bien que ces termes ne soient pas définis exactement au sein de la littérature, il semble raisonnable de considérer que les entreprises ayant une capitalisation boursière de moins de 500 millions de dollars soient considérées comme étant des titres à petite capitalisation.

La taille d'une firme a des impacts entre autres au niveau de ses économies d'échelle et de sa liquidité sur les marchés boursiers. Banz (1981) a démontré que les titres à petite capitalisation offrent de meilleurs rendements que les actions à grande capitalisation. Quelques années plus tard, Reinganum (1992) démontre que ce sont les entreprises à grande capitalisation qui surperforment sur la dernière moitié des années 1980. Celui-ci propose ainsi un cycle dans lequel l'effet de petite taille des entreprises aurait un effet positif sur la valeur des titres pendant une certaine période seulement. De ce fait, les portefeuilles à petite capitalisation surpasseraient ou non

ceux à grande capitalisation selon où nous nous trouvons dans ce cycle. Celui-ci serait distinct du cycle économique. Ces premiers résultats dans la littérature montrent l'importance donnée à cette caractéristique des titres.

Bauman et al. (1998) présentent des résultats qui montrent que les actions d'entreprises à petite capitalisation non américaines produisaient des rendements plus élevés sur la période de 1986 à 1996, allant ainsi dans le sens de l'effet de petite taille des entités. Autant pour les investisseurs privés que pour les grandes institutions financières, cette considération semble de mise. Afin de justifier une telle comparaison dans ce mémoire, il est intéressant de mentionner également que la littérature aborde également une prime de valeur offerte par les titres à petite capitalisation. Manjeet et al. (1999) obtiennent que : « Les investisseurs pourraient avoir obtenu une prime d'environ 6 points de pourcentage sur les titres à petite capitalisation. » (traduction libre) Ces derniers résultats couvrent une période de 18 ans, soit de 1979 à 1997.

Récemment, le Midwest Finance Association (2009) mentionne que : « Les titres canadiens à petite capitalisation performent mieux que les titres à grande capitalisation dans les périodes précédant le début d'une récession, mais moins bien que les titres à grande capitalisation dans l'année qui précède la fin d'une récession. » (traduction libre) Leurs résultats couvrent les années 1968 à 2007 et n'inclut pas les résultats de la dernière récession contrairement à notre base de données qui vous sera présentée ultérieurement.

Ainsi, ces différents comportements motivent notre travail de recherche à savoir comment performe la valeur à risque conditionnelle par rapport à la valeur à risque traditionnelle, lors de différentes périodes du cycle économique et sur des portefeuilles de titres à petite capitalisation et à grande capitalisation sur les marchés canadiens.

2.7 Conclusion sur la revue de la littérature

En résumé, la littérature financière a présenté des normes claires quant à la définition d'une mesure de risque. Les façons de quantifier le risque sont très

nombreuses et aucune mesure ne semble faire l'unanimité pour le moment. L'objectif de ce travail est de démontrer l'avantage d'utiliser les quatre premiers moments d'une distribution lors de l'évaluation du risque sur les titres canadiens. Nous croyons que l'évaluation du risque est quelque chose de complexe et que la distinction entre les titres à petite capitalisation et à grande capitalisation peut jouer un rôle dans l'évaluation de la performance d'une mesure de risque, spécialement lorsque celle-ci utilise le coefficient d'asymétrie et le coefficient d'aplatissement. Les modèles qui sont implémentés dans ce travail sont le résultat de la qualité de la performance de la distribution Johnson et de la popularité du modèle de base de JP Morgan de 1994. Nous calculons des CVaRs à 1 jour, mais également à 5 jours et 10 jours en convertissant les moments de différentes manières qui vous sont présentées dans la méthodologie. Nous pensons que le respect de la réglementation actuelle est important, mais nous analysons différentes perspectives par le fait même.

3. Données utilisées

Au sein de ce mémoire, nous tenons à porter une attention particulière aux marchés bousiers canadiens. Ceux-ci se distinguent grandement des marchés américains dans leur composition et bien que l'économie canadienne dépende fortement des États-Unis, certains facteurs sont bien uniques au Canada et font en sorte qu'une étude particulière pour ses bourses est justifiée.

Particulièrement, le Canada possède deux bourses pour le marché des actions. Il s'agit de la Bourse de Toronto et de la Bourse de croissance TSX qui se situe à Vancouver. Notre étude s'étalonne du 10 décembre 2001 au 30 août 2010.

Cette section fait une description des deux indices qui sont utilisées au sein de ce mémoire et qui suivent certains titres de la bourse canadienne. Par la suite, nous présentons les statistiques descriptives qui nous permettent d'obtenir une idée générale de nos distributions de rendements et de ce à quoi nous pouvons alors nous attendre de celles-ci.

3.1 Indice composite S&P TSX 60

Le premier indice que nous abordons, l'indice composé S&P TSX 60, est utilisé pour représenter les titres canadiens à grande capitalisation. Celui-ci est maintenu par la firme *Standard & Poor's*, la plus importante source de données et d'indices au sein des marchés financiers canadiens et mondiaux.

Cette source de données est destinée aux investisseurs ou aux entreprises qui recherchent un point de référence pour leurs portefeuilles de titres canadiens à grande capitalisation. *Standard & Poor's* mentionne que l'indice couvre environ 73%[6] de la capitalisation boursière canadienne.

Un aperçu de l'évolution de l'indice sur la période étudiée vous est présenté dans le graphique Bloomberg suivant :

[6] Site Internet: http://www.standardandpoors.com/indices/sp-tsx-60/en/us/?indexId=spcadntx--caduf--p-ca-l--

Figure 1: Valeur quotidienne de l'indice S&P TSX 60

Sans entrer dans tous les détails, les critères de composition de l'indice tirés du document «S&P TSX 60 Equity Index» sont les suivants:

- La compagnie doit être cotée sur la bourse de Toronto.
- L'entreprise doit être incorporée au Canada.
- Celle-ci doit également avoir une capitalisation boursière dominante puisque seules les 60 entreprises les plus capitalisées sont considérés.
- L'entité doit être liquide. Un «float turnover» plus grand que 0.35 est nécessaire.

Ce ratio se calcule comme suit : Volume de négociation sur une période de temps donnée, dans ce cas-ci la période d'évaluation du titre, divisé par le nombre d'actions «float». Le terme «float» définit les actions d'une entreprise qui ne sont pas détenues par une institution possédant plus de 5% des titres de l'entité, qui ne sont pas des actions avec restrictions ou des actions entre les mains d'initiés.

Ces exigences afin de faire partie de l'indice justifient son utilisation dans ce travail afin de représenter notre portefeuille passif de titres à grande capitalisation.

3.2 Indice S&P TSX Venture Composite

Le deuxième indice que nous suivons au sein de ce mémoire, soit l'indice S&P TSX Venture Composite, est géré par la même entreprise que le précédent.

L'indice adopte également le système de la capitalisation boursière. Les entreprises que couvre cet outil sont celles qui se transigent à Vancouver, au sein de la Bourse de croissance. Il s'agit ainsi d'un indicateur de marché canadien très utilisé pour les titres à faible capitalisation.

Nous présentons cet indice boursier dans le graphique Bloomberg qui suit :

Figure 2: Valeur quotidienne de l'indice S&P TSX Venture Composite

Évidemment, certaines conditions s'appliquent afin qu'un titre boursier puisse intégrer l'indice. En nous référant au document «S&P/TSX Venture Composite Index Methodology», il est possible de faire ressortir quelques éléments.

En ce qui a trait à la capitalisation boursière, à chaque fin de trimestre un titre doit correspondre au minimum à 0.05% du poids de l'indice pour rester au sein de celui-ci.

De plus, l'ensemble des actions contenues dans cet outil de référence doivent être cotées sur la Bourse TSX Venture depuis au moins 12 mois.

Finalement, n'importe laquelle des classes possibles d'actions ordinaires d'une firme peut être admise dans l'indice, mais une seule par entreprise peut en faire partie.

La renommée de *Standard & Poor's*, leurs critères d'admissibilité aux différents indices et leurs méthodologies de construction font en sorte que nous utilisons au sein de notre mémoire les deux indices qui sont présentés dans cette section.

3.3 Statistiques descriptives

Les graphiques qui ont été présentés précédemment permettent de nous offrir une idée générale de nos deux bases de données. Afin de pousser légèrement notre analyse intuitive, cette sous-section amène quelques chiffres intéressants nous permettant de distinguer encore un peu plus l'évolution du comportement d'un portefeuille constitué de titres à petite capitalisation et de titres à grande capitalisation.

Nous devons noter que les données utilisées afin de calculer nos VaRs et nos CVaRs ne sont pas les prix de clôture quotidiens de nos deux indices. À partir de ces prix, nous calculons des log-rendements (R_h) afin de faciliter notre travail. Ceux-ci sont obtenus simplement en utilisant le calcul suivant :

$$R_h = Ln\left[\frac{P_t}{P_{t-1}}\frac{P_{t-1}}{P_{t-2}}\frac{P_{t-2}}{P_{t-3}}\right]$$

Les log-rendements sont très répandus dans la littérature financière, puisqu'ils possèdent des caractéristiques très avantageuses lors de leur utilisation. Particulièrement, les log-rendements sont additifs dans le temps et plus faciles à manipuler mathématiquement.

Les principales statistiques descriptives qui sont présentées constituent les principaux inputs utilisés dans les modèles d'évaluation du risque contenus au sein de ce mémoire. Il va donc de soi d'en faire une présentation claire.

Les prochaines pages présentent les quatre premiers moments des distributions pour nos deux indices: la moyenne, l'écart type, le coefficient d'asymétrie et le coefficient d'aplatissement.

3.3.1 La moyenne

Cet outil statistique est le plus simple et le plus utilisé afin d'obtenir une certaine information sur une distribution donnée. La moyenne est le premier moment d'une distribution et n'a plus besoin de définition dans le domaine de la finance.

Sur une longue période, les différents marchés boursiers possèdent une tendance à la hausse historique. Au sein de notre échantillon, la moyenne des log-rendements est la suivante :

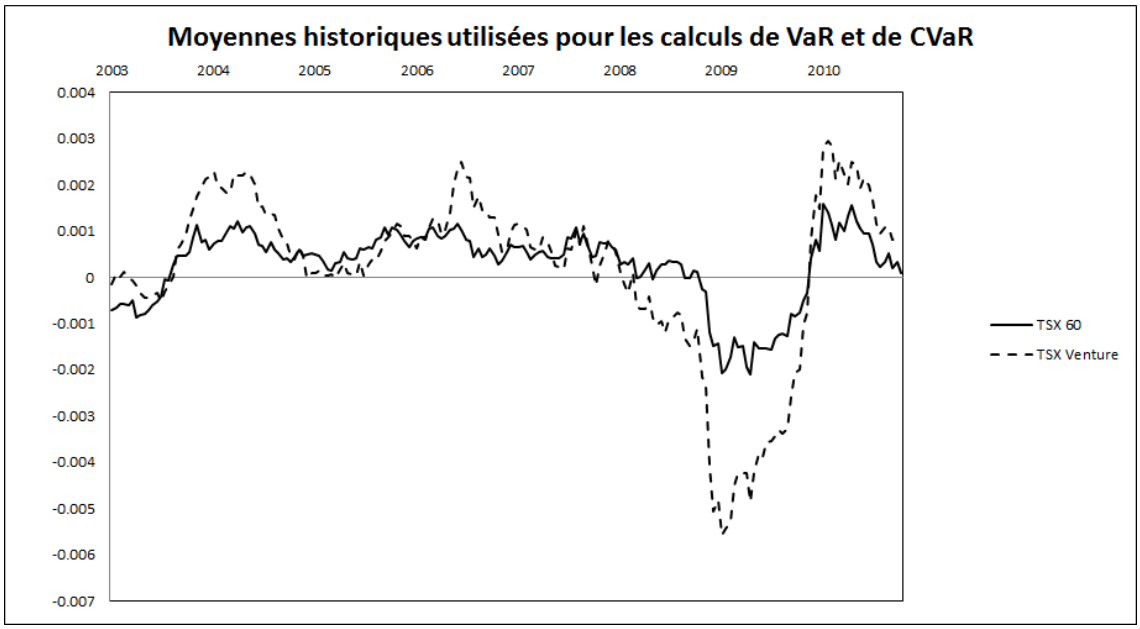
Tableau 1: Moyenne des échantillons (Données quotidiennes)

Indice	Moyenne		
	2001-2007	**2008-2010**	**2001-2010**
S&P TSX 60	$3.95 \cdot 10^{-4}$	$-2.29 \cdot 10^{-4}$	$2.05 \cdot 10^{-4}$
S&P TSX VentureComposite	$6.84 \cdot 10^{-4}$	$-9.57 \cdot 10^{-4}$	$1.84 \cdot 10^{-4}$

Alors que nous pourrions anticiper un rendement moyen plus élevé pour les titres à petite capitalisation dû à leur plus grand risque, nous constatons un rendement quotidien plus élevé pour les titres à grande capitalisation sur notre période étudiée. La récession que nous étudions et les mois qui suivent semblent avoir un poids assez important sur l'indice S&P TSX Venture Composite.

Nous présentons également les moyennes quotidiennes des log-rendements à 250 jours pour les deux indices dans le graphique qui suit. Ces valeurs correspondent à des inputs dans le calcul de la valeur à risque et de la valeur à risque conditionnelle comme nous le voyons au sein de la méthodologie.

Figure 3: Moyennes à 250 jours de nos échantillons sur la période étudiée



Visuellement, nos affirmations peuvent aller dans le même sens. Nous constatons que la période de récession occasionne de lourdes moyennes négatives pour les deux indices et tout particulièrement au sein de la Bourse de Croissance. Sur la base du graphique, la moyenne semble ainsi avoir un poids d'autant plus important lors de la période de récession pour les calculs de la VaR et de la CVaR.

3.3.2 L'écart type

Le deuxième moment central d'une distribution est la variance ou sa racine carrée, soit l'écart type. Cet outil statistique est le principal élément permettant d'évaluer la volatilité d'un titre financier. L'écart type permet de calculer la dispersion autour de la moyenne.

Sur la période étudiée, l'écart type varie énormément selon la période dans laquelle nous nous trouvons. Nous nous attendons à une plus forte volatilité en période de crise. Le tableau suivant offre cet aperçu :

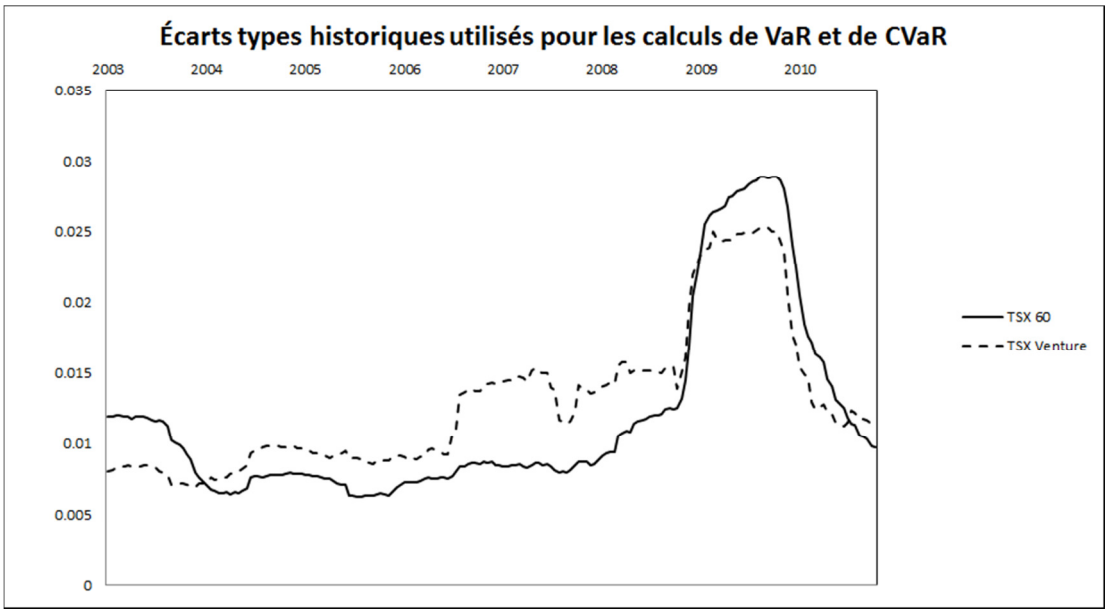
Tableau 2: Écart type des échantillons (Données quotidiennes)

Indice	Écart type		
	2001-2007	2008-2010	2001-2010
S&P TSX 60	$8.76 \cdot 10^{-3}$	$1.98 \cdot 10^{-2}$	$1.32 \cdot 10^{-2}$
S&P TSX Venture Composite	$1.08 \cdot 10^{-2}$	$1.83 \cdot 10^{-2}$	$1.34 \cdot 10^{-2}$

Suite à ces premiers résultats concernant les écarts types, la principale caractéristique intéressante est la plus forte valeur du second moment pour l'indice Venture sur la période d'avant récession. À l'inverse, une fois en période de récession, l'écart type pour l'indice S&P TSX 60 vient légèrement surpasser celui du S&P TSX Venture Composite, augmentant ainsi la mesure de risque de manière très importante durant cette période qui atteint un niveau quasi identique que les titres de Vancouver. Cette dure crise économique fait en sorte que sur la période étudiée, les deux indices ont un écart type très similaire.

À nouveau, nous présentons un graphique concernant ce moment. Ces valeurs sont, tout comme les moyennes, des entrants que nous utilisons directement dans nos modèles d'évaluation du risque.

Figure 4: Écarts types à 250 jours de nos échantillons sur la période étudiée



Les quelques constations possibles en analysant ce graphique laissent voir une volatilité générale pour l'indice S&P Venture Composite plus importante sur la majeure partie de notre échantillon. La période de récession a cependant davantage touchée l'indice du S&P TSX 60 comme le présumait les premiers chiffres. Il est possible que la faible liquidité d'un marché de spéculateurs comme celui du TSX Venture en période de crise soit responsable d'une croissance de volatilité plus faible.

3.3.3 Le coefficient d'asymétrie (skewness)

Après avoir jeté un coup d'œil aux deux premiers moments de la fonction, le coefficient d'asymétrie est le troisième élément sur lequel nous nous attardons dans cette analyse de base.

Le troisième moment d'une fonction correspond au degré de symétrie de celle-ci. Lorsque nous supposons une distribution normale, ce coefficient est égal à zéro. De manière générale, le coefficient d'asymétrie d'une distribution est positif si la queue de droite, dans notre cas le côté des gains, est plus longue. Dans le cas inverse, le coefficient est négatif.

Sur la période étudiée, le coefficient d'asymétrie est plus négatif lorsque nous nous trouvons en période de récession. Le tableau suivant offre cet aperçu :

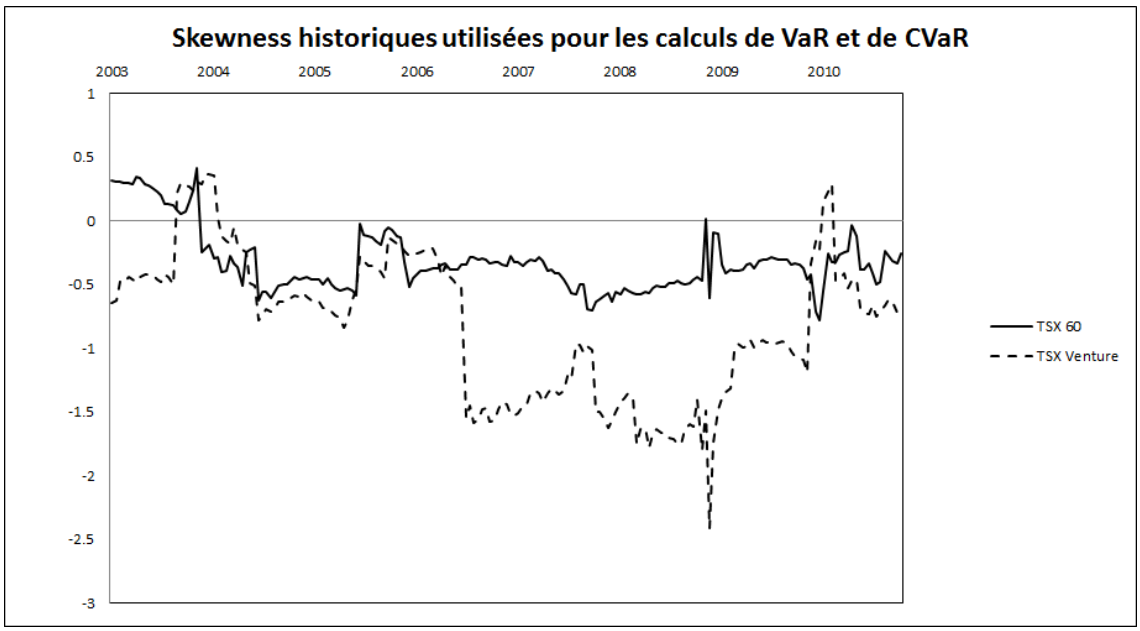
Tableau 3: Coefficients d'asymétrie (Skewness) des échantillons (Données quotidiennes)

Indice	Coefficient d'asymétrie		
	2001-2007	2008-2010	2001-2010
S&P TSX 60	-0.1260	-0.4996	-0.6196
S&P TSX Venture Composite	-1.2383	-1.3989	-1.5725

En comparant les deux indices, nous constatons que la considération du troisième moment de la fonction est davantage importante pour le suivi de l'indice S&P TSX Venture Composite. Ce résultat laisse supposer que l'utilisation de la Loi normale dans le calcul de la VaR et de la CVaR offre une performance inférieure lors du calcul de risque de cet indice.

Étant donné que le troisième moment est intégré dans notre méthodologie, nous présentons à nouveau un graphique. Celui-ci correspond aux coefficients de d'asymétrie de 250 jours sur la période étudiée.

Figure 5: Coefficients d'asymétrie à 250 jours de nos échantillons sur la période étudiée



Visuellement, nous constatons que l'Indice S&P TSX Venture Composite se comporte très différemment de la Loi normale spécialement en période de récession. Ce graphique laisse ainsi sous-entendre la même caractéristique que le tableau précédent : le coefficient de d'asymétrie semble d'autant plus utile lorsque nous avons un portefeuille constitué de titres à plus faible capitalisation.

3.3.4 Le coefficient d'aplatissement (kurtosis)

Le quatrième et dernier moment sur lequel nous nous attardons au sein de ce mémoire est le coefficient d'aplatissement. Comme son nom l'indique, cet indicateur statistique est une mesure de l'aplatissement de la distribution. Ce coefficient permet ainsi de décrire comment les rendements sont concentrés autour de la moyenne. Une valeur élevée du coefficient d'aplatissement signifie qu'une plus grande part de la variance dans les données provient des déviations extrêmes.

La distribution normale comporte un coefficient d'aplatissement de 3. Les distributions ayant un coefficient plus élevé que 3 (plus pointues que la distribution

normale) sont dites leptocurtiques. Lorsqu'elles possèdent un quatrième moment plus petit que 3, nous les qualifions de platicurtiques.

Sur la période étudiée, le coefficient d'aplatissement augmente en période de récession ce qui se répercute fortement sur l'ensemble de la période observée. Le tableau suivant offre cet aperçu :

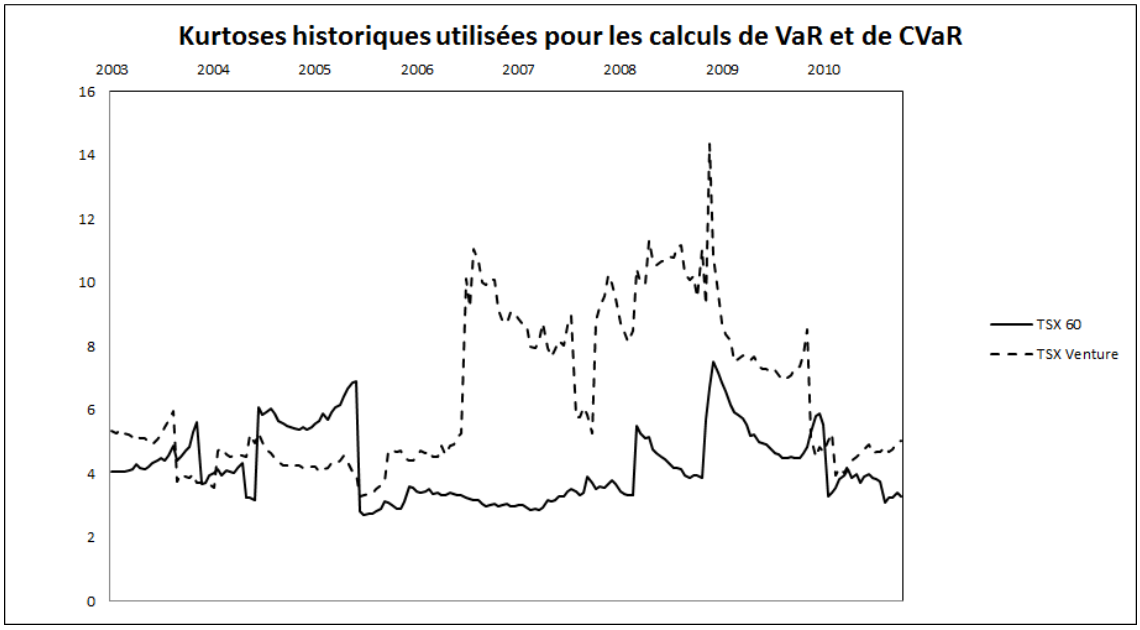
Tableau 4: Coefficients d'aplatissement (Kurtosis) des échantillons (Données quotidiennes)

Indice	Coefficient d'aplatissement		
	2001-2007	2008-2010	2001-2010
S&P TSX 60	4.4853	7.8089	12.9275
S&P TSX Venture Composite	9.8736	11.2135	14.3735

Également, le coefficient d'aplatissement est plus important durant toutes les périodes étudiées pour l'Indice S&P TSX Venture Composite.

Nous présentons ici le graphique contenant les coefficients d'aplatissement de 250 jours comme nous l'avons fait pour les trois premiers moments.

Figure 6: Coefficients d'aplatissement à 250 jours de nos échantillons sur la période étudiée



À nouveau, l'impact de l'utilisation du quatrième moment semble être plus important pour l'Indice S&P TSX Venture Composite.

Cette analyse préliminaire permet de supposer que nos méthodologies utilisant les quatre premiers moments de la fonction sont plus efficaces que la méthode supposant la loi normale, un point qui semble cohérent et intuitif.

4. Méthodologie utilisée

La quatrième section de ce travail de recherche contient les différentes étapes par lesquelles nous devons passer afin de mener à bien notre mémoire.

Ainsi, nous prenons le temps de présenter clairement la procédure générale, la méthodologie Johnson de Simonato (2010) pour le calcul de la VaR et de la CVaR. Également, nous abordons les façons de calculer les VaRs et les CVaRs à cinq et à dix jours dans notre travail. Finalement, nous présentons le test rétroactif que nous faisons afin de comparer adéquatement nos différents résultats.

4.1 Procédure générale

Au sein des différentes façons de calculer les VaRs et les CVaRs que nous employons, (loi normale, Johnson avec moments historiques et Johnson avec moments estimés de GARCH) certains éléments sont généraux.

Tout d'abord, lors de notre évaluation du risque, nous calculons sur la période étudiée les VaRs et les CVaRs en utilisant des fenêtres de 250 jours et de 500 jours. Ces deux fenêtres permettent d'offrir deux perspectives distinctes. La première fenêtre, étant plus courte, donne une plus grande importance aux événements récents. Pour ce qui est de la fenêtre de 500 jours, elle permet d'utiliser plus de données et ainsi de faciliter la modélisation, particulièrement lorsque nous utilisons des moments estimés par GARCH.

Également, nous roulons nos fenêtres de 250 et de 500 jours de deux manières. D'une première façon, nous roulons la fenêtre à chaque jour ouvrable sur les marchés canadiens. D'autre part, nous calculons également des VaRs et des CVaRs en y effectuant des sauts de dix jours. Puisque la réserve de capital réglementaire doit être modifiée tous les dix jours, nous effectuons ces sauts afin de voir l'impact des différentes conjonctures possibles à court terme sur ce niveau de capital établit durant dix jours. Concrètement, nous fixons ainsi des paramètres fixes durant dix jours et vérifions ensuite la stabilité d'une telle décision.

De plus, nous utilisons sur l'ensemble de ces fenêtres trois niveaux de confiance différents, soient à 99.9%, 99% et 95%. Cette décision permet d'analyser le comportement des différents calculs sur différents quantiles de la distribution.

4.2 Moments utilisés

Au sein de la section trois, nous présentons les données utilisées ainsi que les quatre premiers moments de nos distributions. Or, bien que ceux-ci constituent les principaux inputs utilisés au sein de notre méthodologie, il est important de comprendre qu'ils ne sont pas les seuls.

Premièrement, les calculs de VaR et de CVaR en supposant la loi normale n'utilisent pas le troisième et le quatrième moment. Nous utilisons seulement les deux premiers moments de nos distributions sur nos données à 1 jour comme ils le sont présentés dans notre section sur les données. Afin de calculer des VaRs et des CVaRs à 5 jours et à 10 jours, nous utilisons la simple et très critiquée formule suivante :

$$VaR_{H\ jours} = VaR_{1\ jour} \cdot \sqrt{H}$$

Deuxièmement, l'utilisation de la méthodologie de Johnson avec les moments historiques amène une petite différence dans notre procédé. Plutôt que d'utiliser seulement les moments sur nos distributions à 1 jour, nous utilisons également les moments sur les distributions à 5 jours et à 10 jours de nos indices que nous créons à partir de nos distributions à 1 jour. Étant donné que nous utilisons des log-rendements, ces distributions sont faciles à construire. Par exemple, pour obtenir un rendement de 5 jours :

$$r_1^{5\ jours} = r_1^{1\ jour} + r_2^{1\ jour} + \cdots + r_5^{1\ jour}.$$

Nos entrants sont alors différents pour chaque horizon temporel de VaR et de CVaR que nous calculons.

Finalement, l'approche Johnson en utilisant des moments estimés par GARCH utilise, comme son nom l'indique, des moments estimés pour chaque horizon

temporel à partir de nos distributions de log-rendements à 1 jour. Ainsi, notre démarche permet d'estimer les quatre premiers moments estimés à 1 jour, 5 jours et 10 jours en utilisant seulement nos distributions de log-rendements à 1 jour. Nous présentons cette façon de faire au sein de la prochaine sous-section.

4.3 Moments estimés GARCH

Cette section présente la méthodologie que nous utilisons afin d'obtenir les quatre premiers moments estimés avec GARCH. Pour ce faire, nous utilisons la procédure présentée au sein de Duan et Al. (1999). Nous pouvons ainsi dériver les expressions analytiques des quatre premiers moments en calculant $E^Q\left[\rho_t^i|\mathcal{F}_0\right]$ pour $i = 1, \dots, 4$ où ρ_t^i correspond au i ème moment au temps *t*. Nous devons débuter cette méthode d'estimation des moments avec un argument récursif basé sur la mesure de probabilité présentée au sein de la revue de la littérature[7]. Pour n'importe quel nombre entier k et, en particulier, pour $k \in \{1,2,3,4\}$, nous utilisons :

$$\mathrm{E}_0\left[\left(ln\frac{S_t}{S_0}\right)^k\right]$$

pour $t \in \{1,2, \dots\}$, où $E_0[\cdot]$ est une notation courte pour l'espérance conditionnelle à $\mathcal{F}_0$.

Nous pouvons exprimer cette espérance comme une fonction des moments de υ_t en utilisant la prévisibilité du processus $\upsilon_t$et la normalité de ϵ_t. Davantage de détails sont offerts au sein de l'article de Duan et al. (1999).

Cette estimation des moments peut être calculée en peu de temps sur un ordinateur. Nous utilisons, au sein de la procédure, l'algorithme d'optimisation «Quadratic Hill Climbing» dont les détails se retrouvent dans les travaux de Goldfeld et al. (1965). La convergence de cette méthodologie n'est pas assurée, mais échoue très peu souvent et est davantage précise en augmentant notre quantité de données. Maintenant que nous avons obtenu l'ensemble des moments que nous utilisons comme entrants lors de nos calculs de VaR et de CVaR, nous présentons dans la

[7] Voir page 18 et 19

prochaine sous-section l'approche Johnson menant à nos résultats de VaR et de CVaR.

4.4 L'approche Johnson

Cette méthodologie présentée par Simonato (2010) permet d'utiliser les quatre premiers moments comme principal input au sein d'un modèle de VaR et de CVaR. Au sein de la revue de la littérature, nous présentons les raisons pour lesquelles nous la préférons à la Cornish-Fisher et à la Gram-Charlier. À présent, nous présentons les étapes à suivre afin de faire nos calculs de VaR et de CVaR.

4.4.1 Translations de normalisation

Pour une variable aléatoire continue *z* avec une distribution inconnue qui doit être approximée, Johnson (1949) propose un ensemble de translations «normalisées». Celles-ci permettent de transformer la variable continue *z* en une variable standard normale *y* et possède la forme générale suivante :

$$y = a + b \cdot g\left(\frac{z-c}{d}\right),$$

où *a* et *b* sont les paramètres de forme, *c* est un paramètre de localisation, *d* est un paramètre d'échelle et *g(.)* est une fonction dont la forme définit les quatre familles des distributions d'un système Johnson. :

$$g(u) = \begin{cases} \ln(u) \\ \ln(u + \sqrt{u^2 + 1}) \\ \ln(u/(1-u)) \\ u \end{cases}$$

qui dans l'ordre correspondent à la famille log-normale, la famille non bornée, la famille bornée et finalement la famille normale.

Ainsi, le processus d'utilisation du système Johnson se résume à l'identification des valeurs de *a, b, c* et *d* qui sont associées aux moments de la distribution cible inconnue.

Hill et al. (1976) offrent un algorithme qui permet de trouver la famille appropriée (la forme de la fonction *g(.)*) et les valeurs des paramètres requis pour approximer cette distribution inconnue lorsque nous connaissons les quatre premiers moments de la fonction.

Bien que cet algorithme ne garantisse pas une convergence à 100% comme nous le mentionnons au sein de la revue de la littérature, son taux d'échec lors de la convergence est très faible. De plus, celui-ci est efficient et prend habituellement une fraction de seconde à calculer les quantités requises. Celui-ci s'implante très bien dans des logiciels tels que Matlab et VBA.

Une fois que les paramètres sont déterminés de la manière présentée ci-haut, la variable aléatoire de Johnson peut être exprimée comme étant l'inverse de la translation normalisée présentée précédemment :

$$z = c + d \cdot g^{-1}\left(\frac{y-a}{b}\right),$$

où

$$g^{-1}(u) = \begin{cases} e^{u} \\ (e^{u} - e^{-u})/2 \\ 1/(1+e^{-u}) \\ u \end{cases}$$

qui dans l'ordre correspondent à la famille log-normale, la famille non bornée, la famille bornée et la famille normale.

Les quantités requises à implémenter dans nos formules de VaR et de CVaR sont obtenues à partir du coefficient d'asymétrie et du coefficient d'aplatissement de la distribution des rendements standardisés. Par conséquent, en utilisant une moyenne de zéro, un écart type de un et les coefficients d'asymétrie et d'aplatissement désirés au sein de l'algorithme de Hill, nous trouvons les valeurs des paramètres *a*, *b*, *c* et *d*.

4.4.2 Calcul de la VaR

Une fois cette première étape complétée, il est alors possible de mesurer le risque de cette distribution.

Les quantités de distribution reliées au calcul de la VaR peuvent être obtenues de la manière suivante. La fonction quantile requise est donnée par :

$$\phi_J^{-1}(p; a, b, c, d) = c + d \cdot g^{-1}\left(\frac{\phi_N^{-1}(p) - a}{b}\right),$$

où $\phi_N^{-1}(p)$ est la fonction quantile normale standard inverse d'une variable aléatoire évaluée à p. Ainsi, la VaR est définie comme étant :

$$VaR_J = \mu_h + \sigma_h \times \phi_J^{-1}(p; a, b, c, d).$$

4.4.3 Calcul de la CVaR

Pour la CVaR, les expressions requises pour l'espérance conditionnelle partielle suivante :

$$\int_{-\infty}^{k} z_h \times f(z_h) dz_h \,,$$

peuvent être également trouvées en réécrivant la variable aléatoire de Johnson en une unité aléatoire normale et intégrée, avec un changement approprié de variable, en respectant la densité Gaussienne. Nous écrivons ceci de cette façon:

$$EP_J[z|z < k_J] = \int_{-\infty}^{K} \left(c + d \cdot g^{-1}\left(\frac{y - a}{b}\right)\right) f_N(y) \times dy,$$

où

$$K = a + b \cdot g\left(\frac{k_J - c}{d}\right),$$

$$k_J = \frac{VaR_J - \mu_h}{\sigma_h}.$$

En substituant la fonction $g^{-1}(.)$ appropriée et l'expression pour la densité normale standard, les solutions pour cette valeur espérée partielle peuvent être trouvées en faisant le carré des termes de la fonction exponentielle.

Des solutions analytiques peuvent être dérivées pour le cas log-normal, le cas non borné et le cas normal. L'Appendice B dérive les expressions suivantes pour notre espérance partielle $EP_J\left[z|z < k_J\right]$:

- Famille log normale :

$$c \times \phi_N(K) + de^{\left(\frac{1}{2b^2} - \frac{a}{b}\right)} \times \phi_N\left(K - \frac{1}{b}\right),$$

- Famille non bornée :

$$c \times \phi_N(K) + \frac{d}{2}e^{-\frac{a}{b}+\frac{1}{2b^2}} \times \phi_N\left(K - \frac{1}{b}\right) - \frac{d}{2}e^{\frac{a}{b}+\frac{1}{2b^2}} \times \phi_N\left(K + \frac{1}{b}\right),$$

- Famille normale :

$$\phi_N(K) \times \left[c - \frac{da}{b}\right] - \frac{d}{b} \times f_N(K)$$

où $\phi_N(.)$ et $f_N(.)$ sont les fonctions de distribution normale standard et de densité.

En ce qui a trait au cas de la famille bornée, nous devons utiliser une intégration numérique puisque qu'aucune solution analytique ne peut être trouvée. Cette intégration numérique prend typiquement moins de 0.001 seconde à obtenir sur un ordinateur standard. Ainsi, nous pouvons écrire la formule pour la CVaR Johnson :

$$ES_J = \mu_h + \sigma_h \frac{EP_J\left[z_h|z_h < k_J\right]}{p}.$$

4.5 Tests rétroactifs

Afin de comparer nos différentes VaRs et CVaRs, nous devons utiliser des tests rétroactifs. C'est pour cette raison que nous utilisons à présent une méthodologie qui permet à la fois de tester la VaR et la CVaR. Le test que nous présentons dans cette section provient de l'article de Kerkhof et Al. (2004).

Les observations de rendements provenant des distributions actuelles Q_t n'égalent possiblement pas la distribution standardisée G qui est établie dans nos modèles. C'est ce que nous pouvons vérifier grâce à ce test rétroactif.

L'hypothèse nulle $H_0: Q = G$ peut être testée avec de nombreuses alternatives. L'hypothèse de stationnarité doit être posée afin d'utiliser ce test, soit que $Q_t = Q$. L'hypothèse alternative est $H_1: \varrho(Q) > \varrho(G)$ où $\varrho(Q)$ correspond au vrai risque connu.

La formule générale des équations de Kerkhof et Melenberg toujours tiré du même article est :

$$\sqrt{T}(\varrho(Q_T) - \varrho(Q)) = \sqrt{T}\frac{1}{T}\sum_{t=1}^{T}\psi_t(Q) + o_p(1), \quad \mathbb{E}\psi_t(Q) = 0, \quad \mathbb{E}\psi_t^2(Q) < \infty,$$

où Q_T correspond à la distribution empirique de l'échantillon aléatoire et $\psi_t(Q)$est la fonction d'influence de la méthode de mesure du risque ϱ à l'observation *t*.

Le test statistique générale s'écrit alors :

$$S_T = \sqrt{T}\frac{(\varrho(Q_T) - \varrho(Q))}{\sqrt{V}},$$

avec $V = \mathbb{E}\psi_t^2(Q)$ et $\varrho(Q)$ évalué sous l'hypothèse nulle, $Q = G$.

Pour utiliser ce test sur la VaR que l'on écrit sous la forme d'une fonction de la fonction de distribution :

$$\varrho(Q) = -Q^{-1}(p),$$

la fonction d'influence $\psi(Q)$ est donnée par :

$$\psi_{VaR}(Q) = -\frac{p - \boldsymbol{I}_{[Q^{-1}(p)]}(x)}{q\big(Q^{-1}(p)\big)},$$

où $\boldsymbol{I}_{[Q^{-1}(p)]}(x)$ est le nombre de dépassements et $q(Q^{-1}(p))$ la fonction de densité de la loi normale. De plus, nous avons que :

$$\mathrm{E}\psi_{VaR}^2(Q) = \frac{p(1-p)}{q^2\left(Q^{-1}(p)\right)}.$$

Le tout mène au test statistique suivant :

$$S_{VaR} = \sqrt{T}\, q\left(Q^{-1}(p)\right)\frac{(\varrho(Q_T) - \varrho(Q))}{\sqrt{p(1-p)}}.$$

Pour employer ce test sur la CVaR que l'on écrit sous la forme d'une fonction de la fonction de distribution :

$$\varrho(Q) = -\frac{1}{p}\left(\int_{-\infty}^{Q^{-1}(p)} x dQ(x) + Q^{-1}(p)\left(p - \int_{-\infty}^{Q^{-1}(p)} dQ(x)\right)\right),$$

la fonction d'influence $\psi(Q)$ est donnée par :

$$\psi_{CVaR}(Q) = -\frac{1}{p}\left[\left(x - Q^{-1}(p)\right)\boldsymbol{I}_{\left(-\infty, Q^{-1}(p)\right)}(x) + \psi_{VaR}(Q)\left(p - \int_{-\infty}^{Q^{-1}(p)} dQ(x)\right)\right] - CVaR(Q) + VaR(Q),$$

et

$$\mathrm{E}\psi_{CVaR}^2(Q) = \frac{1}{p}\mathrm{E}[X^2 | X \le Q^{-1}(p)] - CVaR(Q)^2 + 2\left(1 - \frac{1}{p}\right)CVaR(Q)VaR(Q) - \left(1 - \frac{1}{p}\right)VaR(Q)^2.$$

Ceci mène au test statistique suivant :

$$S_{CVaR} = \sqrt{T}\frac{(\varrho(Q_t) - \varrho(Q))}{\sqrt{\mathrm{E}\psi_{CVaR}^2(Q)}}.$$

Ces deux tests sont faits sur les VaRs et les CVaRs que nous calculons à partir de la méthodologie utilisant la loi normale et de la distribution Johnson. Dans le cas Gaussien $G = \Phi$, nous notons tout d'abord $\phi(x)$ comme étant la fonction de densité de la distribution Gaussienne standard N(0,1) et z_p le p^e quantile de la distribution normale standard. Ainsi, nous pouvons noter la VaR :

$$VaR^p(X) = z_p,$$

et la CVaR est donnée par :

$$CVaR^{p}(X) = -\frac{\phi(z_p)}{p}.$$

Nous écrivons alors de cette manière $\mathrm{E}\psi_t^2(\Phi)$:

$$\mathrm{E}\psi_t^2(\Phi) = \frac{p(1-p)}{\phi(z_p)},$$

pour la VaR et nous écrivons pour la CVaR :

$$\mathrm{E}\psi_t^2(\Phi) = 1 - z_p\frac{\phi(z_p)}{p} - \left(\frac{\phi(z_p)}{p}\right)^2 - 2\left(1-\frac{1}{p}\right)\frac{\phi(z_p)}{p}z_p - \left(1-\frac{1}{p}\right)z_p^2.$$

Afin d'implanter ce test sur une distribution Johnson, nous devons simplement utiliser la procédure de normalisation de nos données et les implanter dans le test ci-haut.

L'ensemble des résultats obtenus suite à la méthodologie décrite dans cette section sont présentés dans les pages qui suivent.

5. Résultats de VaR et de CVaR

Une fois que l'ensemble des étapes précédentes sont complétées, il devient possible de mesurer le risque en présentant les VaRs et les CVaRs calculées. Ceci constitue l'objectif principal de notre mémoire.

Nous présentons au sein de cette section la VaR et la CVaR pour nos deux bases de données sur l'ensemble de la période étudiée. Par la suite, nous exposons les différents graphiques évolutifs permettant de voir explicitement le comportement de nos deux mesures de risque au fil du temps et selon les différentes méthodologies employées.

5.1 VaR et CVaR sur les bases de données

Afin de nous permettre d'obtenir une idée générale du risque sur l'étendue de la période étudiée, cette sous-section présente la VaR et la CVaR obtenue en employant l'ensemble de nos bases de données sur un même calcul de VaR. Cette procédure permet d'en tirer différents résultats selon la méthodologie employée.

Tout d'abord, nous présentons dans le tableau qui suit les résultats obtenus lors de l'utilisation d'une distribution de Johnson employant les moments historiques sur l'ensemble de la période étudiée. Vous trouvez au sein de ce tableau les informations suivantes :

Tableau 5: Calculs de risque - Méthodologie de Johnson avec moments historiques (2001-2010)

h	1 jour			5 jours			10 jours		
α (%)	0.1	1.0	5.0	0.1	1.0	5.0	0.1	1.0	5.0
VaR (%)									
S&P TSX 60	-7.52	-3.89	-2.05	-16.2	-8.31	-4.3	-23.36	-12.51	-6.59
S&P TSX Venture	-8.63	-4.44	-2.28	-20.99	-11.67	-6.9	-39.02	-20.68	-10.79
CVaR (%)									
S&P TSX 60	-9.74	-5.44	-3.24	-24.16	-12.55	-6.48	-29.49	-17.15	-10.39
S&P TSX Venture	-11.14	-6.23	-3.68	-31.01	-17.51	-10.40	-49.52	-28.52	-17.14

Ces résultats sont cohérents avec la littérature et permettent rapidement de distinguer les deux bases de données comme les quatre premiers moments de leur distribution respective le laissaient croire. Cette méthodologie offre des résultats qui permettent un calcul de risque plus grand sur un marché qui en comporte logiquement davantage dû aux caractéristiques des titres de participation qu'il contient.

L'indice S&P TSX Venture possède un plus grand risque sur l'ensemble de la période d'observation, un élément auquel nous nous attendons.

Nous présentons du même coup les résultats pour la période d'avant récession seulement, soit de 2001 à 2007 :

Tableau 6: Calculs de risque - Méthodologie de Johnson avec moments historiques (2001-2007)

H	1 jour			5 jours			10 jours		
α (%)	0.1	1.0	5.0	0.1	1.0	5.0	0.1	1.0	5.0
VaR (%)									
S&P TSX 60	-3.60	-2.28	-1.41	-8.41	-4.86	-2.80	-11.45	-7.05	-4.22
S&P TSX Venture	-6.27	-3.38	-1.80	-14.67	-8.63	-4.82	-18.15	-11.84	-7.22
CVaR(%)									
S&P TSX 60	-4.23	-2.85	-1.96	-10.34	-6.38	-4.11	-13.63	-8.95	-6.00
S&P TSX Venture	-7.90	-4.62	-2.81	-17.67	-11.24	-7.22	-20.91	-14.59	-10.09

Cette période de croissance économique importante caractérisée par des marchés haussiers fait en sorte que le risque mesuré au sein de cette sous-période avec la méthodologie de Johnson avec moments historiques est plus faible que sur l'ensemble de notre période étudiée. Le fait de retirer notre sous période de récession comprise entre 2008 et 2010 fait chuter nos VaRs et nos CVaRs dans l'ensemble du tableau. Ces résultats sont encore rassurants quant à la crédibilité de notre première méthodologie. Si nous prenons les VaRs de 10 jours à 1%, les baisses de risque correspondent à -43.65% et -42.75% pour les indices S&P TSX 60 et TSX Venture respectivement.

Pour la période de 2008 à 2010, nous obtenons logiquement des résultats plus élevés en valeur absolue correspondant à la hausse de risque associée à la récession :

Tableau 7: Calculs de risque - Méthodologie de Johnson avec moments historiques (2008-2010)

h	1 jour			5 jours			10 jours		
α (%)	0.1	1.0	5.0	0.1	1.0	5.0	0.1	1.0	5.0
VaR (%)									
S&P TSX 60	-10.22	-5.75	-3.26	-22.07	-12.32	-6.86	-31.00	-18.54	-10.66
S&P TSX Venture	-11.18	-6.02	-3.25	-31.90	-17.79	-9.92	-52.01	-30.33	-17.36
CVaR(%)									
S&P TSX 60	-12.72	-7.66	-4.85	-27.50	-16.50	-10.35	-37.17	-23.91	-15.62
S&P TSX Venture	-14.14	-8.23	-5.03	-39.76	-23.83	-14.95	-63.31	-39.65	-25.58

Si l'on compare ce tableau avec le précédent, le risque mesuré est plus que doublé sur l'ensemble des résultats. Ceci permet de mettre en doute la force d'une telle méthodologie si une transition rapide se fait au sein de la conjoncture économique. Autrement dit, il est utile de voir comment se comportent les variations de risque au moment même du krach boursier.

Également, nous publions au sein de ce mémoire les résultats provenant de la méthodologie de Johnson avec laquelle nous utilisons les moments estimés GARCH. En utilisant l'ensemble de la base de données, nos résultats de VaR et de CVaR sont les suivants :

Tableau 8: Calculs de risque en utilisant la méthodologie de Johnson avec Garch (2001-2010)

h	1 jour			5 jours			10 jours		
α (%)	0.1	1.0	5.0	0.1	1.0	5.0	0.1	1.0	5.0
VaR (%)									
S&P TSX 60	-3.03	-2.26	-1.58	-7.87	-5.48	-3.61	-11.76	-8.04	-5.18
S&P TSX Venture	-2.98	-2.14	-1.44	-8.73	-5.39	-3.18	-13.58	-8.06	-4.52
CVaR(%)									
S&P TSX 60	-3.31	-2.60	-1.99	-8.86	-6.53	-4.77	-13.33	-9.67	-6.95
S&P TSX Venture	-3.32	-2.51	-1.87	-10.35	-6.84	-4.57	-16.32	-10.44	-6.75

Tout d'abord, on constate des résultats hétérogènes à travers les différents calculs. Dépendamment de l'horizon temporel que nous prenons ou du niveau de confiance utilisé, une base de données semble plus ou moins risquée que sa comparable. Un deuxième élément que nous mentionnons concernant ce tableau est la plus faible dispersion des résultats.

Sur la période de 2001 à 2007, nous obtenons :

Tableau 9: Calculs de risque en utilisant la méthodologie de Johnson avec Garch (2001-2007)

H	1 jour			5 jours			10 jours		
α (%)	0.1	1.0	5.0	0.1	1.0	5.0	0.1	1.0	5.0
VaR (%)									
S&P TSX 60	-2.73	-2.04	-1.42	-6.92	-4.84	-3.19	-10.19	-6.97	-4.47
S&P TSX Venture	-3.66	-2.58	-1.72	-10.22	-6.12	-3.51	-14.67	-8.47	-4.61
CVaR(%)									
S&P TSX 60	-2.99	-2.35	-1.80	-7.76	-5.75	-4.21	-11.52	-8.38	-6.02
S&P TSX Venture	-4.11	-3.05	-2.25	-12.27	-7.89	-5.16	-17.83	-11.14	-7.05

À nouveau, la dispersion des résultats obtenus est moins importante qu'avec les moments historiques. Toutefois, au sein de cette période haussière l'indice S&P TSX Venture comporte plus de risque dans le tableau en entier.

Au sein de la sous période de 2008 à 2010, nous avons :

Tableau 10: Calculs de risque en utilisant la méthodologie de Johnson avec Garch (2008-2010)

H	1 jour			5 jours			10 jours		
α (%)	0.1	1.0	5.0	0.1	1.0	5.0	0.1	1.0	5.0
VaR (%)									
S&P TSX 60	-3.24	-2.42	-1.70	N/A	N/A	N/A	N/A	N/A	N/A
S&P TSX Venture	-3.19	-2.33	-1.60	-9.61	-6.24	-3.87	-15.47	-9.73	-5.84
ES (%)									
S&P TSX 60	-3.55	-2.78	-2.14	N/A	N/A	N/A	N/A	N/A	N/A
S&P TSX Venture	-3.52	-2.71	-2.05	-11.16	-7.70	-5.35	-18.17	-12.22	-8.27

Nous voyons que ces résultats sont moins importants que la première mesure de risque et que certains problèmes ont lieu lors de l'évaluation de l'indice S&P TSX 60 à 5 jours et à 10 jours. Les valeurs mesurées ne sont pas significatives et il nous est impossible d'en faire l'analyse.

Ce problème avec l'algorithme ne cause généralement pas de problèmes lors de l'évaluation du risque au sein de nos fenêtres roulantes comme nous le verrons ultérieurement.

Finalement, la méthodologie utilisant l'hypothèse de la loi normale nous permet d'obtenir des résultats distincts. Sur la période étudiée, nous obtenons :

Tableau 11: Calculs de risque en utilisant la méthodologie de la Loi normale (2001-2010)

H	1 jour			5 jours			10 jours		
α (%)	0.1	1.0	5.0	0.1	1.0	5.0	0.1	1.0	5.0
VaR (%)									
S&P TSX 60	-4.04	-3.04	-2.14	-9.04	-6.80	-4.79	-12.79	-9.61	-6.78
S&P TSX Venture	-4.18	-3.14	-2.21	-9.34	-7.02	-4.95	-13.21	-9.93	-7.00
CVaR(%)									
S&P TSX 60	-4.43	-3.5	-2.71	-9.90	-7.84	-6.07	-14.00	-11.08	-8.58
S&P TSX Venture	-4.57	-3.62	-2.80	-10.22	-8.09	-6.26	-14.46	-11.44	-8.86

Sous cette hypothèse, nous retrouvons des résultats plus homogènes où le risque est davantage présent au sein du marché des titres à petite capitalisation. Notre méthodologie présentée antérieurement force cette linéarité à travers les horizons temporels et les niveaux de confiance.

Sur la période de croissance allant de 2001 à 2007, nous obtenons les différents calculs de risque qui sont intégrés dans le tableau que nous retrouvons à la page suivante :

Tableau 12: Calculs de risque en utilisant la méthodologie de la Loi normale (2001-2007)

H	1 jour			5 jours			10 jours		
α (%)	0.1	1.0	5.0	0.1	1.0	5.0	0.1	1.0	5.0
VaR (%)									
S&P TSX 60	-2.67	-2.00	-1.40	-5.96	-4.47	-3.13	-8.43	-6.32	-4.43
S&P TSX Venture	-3.28	-2.45	-1.72	-7.34	-5.49	-3.84	-10.38	-7.76	-5.42
CVaR(%)									
S&P TSX 60	-2.95	-2.33	-1.81	-6.59	-5.22	-4.04	-9.32	-7.38	-5.71
S&P TSX Venture	-3.65	-2.89	-2.24	-8.16	-6.46	-5.00	-11.55	-9.14	-7.07

Tout comme les deux autres méthodologies, le risque s'estompe logiquement avec la croissance boursière soutenue de la période. Les valeurs sont globalement plus petites en valeur absolue laissant entendre que cette méthodologie a probablement la plus grande vulnérabilité si une rupture d'un marché haussier a lieu.

Au sein de la sous période de 2008 à 2010, nous avons :

Tableau 13: Calculs de risque en utilisant la méthodologie de la Loi normale (2008-2010)

H	1 jour			5 jours			10 jours		
α (%)	0.1	1.0	5.0	0.1	1.0	5.0	0.1	1.0	5.0
VaR (%)									
S&P TSX 60	-6.15	-4.63	-3.28	-13.74	-10.36	-7.34	-19.44	-14.65	-10.38
S&P TSX Venture	-5.75	-4.35	-3.11	-12.86	-9.73	-6.95	-18.19	-13.77	-9.82
CVaR(%)									
S&P TSX 60	-6.67	-5.28	-4.09	-14.92	-11.81	-9.14	-21.10	-16.70	-12.92
S&P TSX Venture	-6.16	-4.8	-3.78%	-13.78	-10.91	-8.44	-19.49	-15.42	-11.94

Tout comme les deux autres méthodologies, les mesures de risque augmentent de manière importante durant la période de 2008 à 2010. Nous constatons que le risque devient même plus grand pour le S&P TSX 60 que pour le S&P TSX Venture au sein de cette sous-période.

Cette sous-section permet de croire que la méthodologie stochastique est en mesure de s'adapter davantage à différents facteurs et offre des résultats qui semblent

beaucoup moins linéaires entre eux. Elle semble vouloir également offrir moins de valeurs extrêmes que la méthodologie Johnson avec les moments historiques.

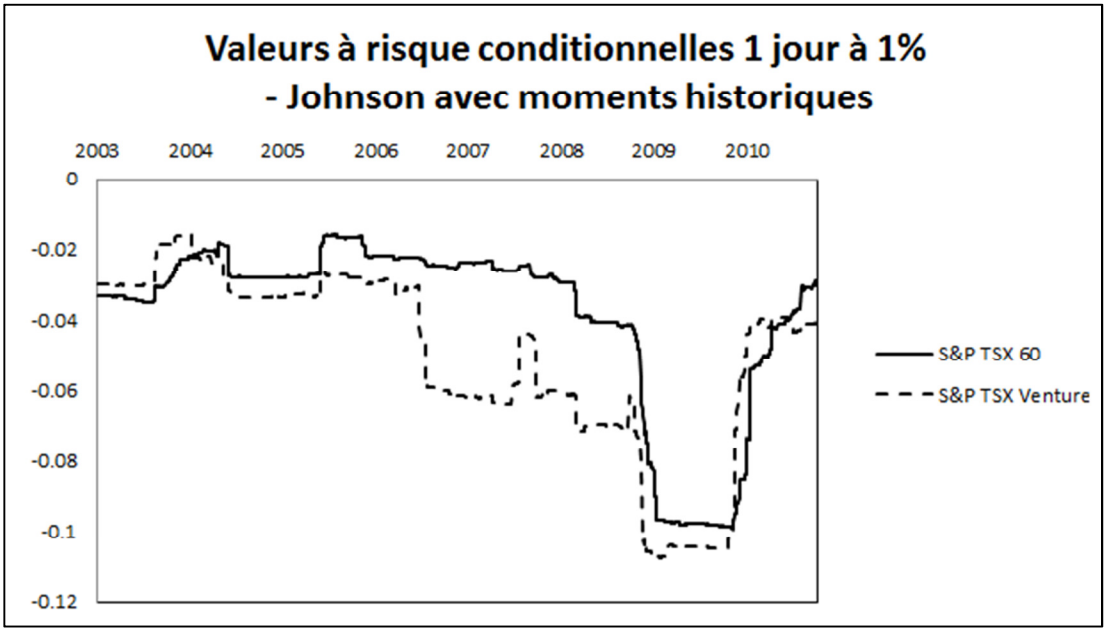
Les prochaines sous-sections représentent les résulats des fenêtres roulantes au sein de ce mémoire. Elles permettent de condenser l'ensemble des résultats obtenus sur nos calculs de VaR et de CVaR avec les nombreuses fenêtres utilisées et les différentes méthodologies.

5.2 Johnson avec moments historiques

Pour débuter cette sous-section, nous présentons graphiquement les résultats de nos fenêtres roulantes pour nos calculs de CVaR au sein de la méthodologie avec moments historiques. Puisque la CVaR constitue de manière générale une mesure plus conservatrice de la VaR qui se représente graphiquement par une translation vers le bas pour cette méthodologie, la présentation visuelle des calculs de VaR est peu pertinente et n'aide pas notre analyse davantage.

Au sein du graphique suivant, nous présentons les CVaR 1 jour à 1% pour les deux indices que nous utilisons :

Figure 7: Valeurs à risque conditionnelles 1 jour à 1% avec Johnson moments historiques



Le graphique démontre l'écart qui se maintient entre les deux indices tout au long de notre période étudiée. Un fait à noter est cependant que l'indice couvrant les titres à petite capitalisation offre des résultats de CVaR en croissance en valeur absolue à partir de 2006, soit avant le début officiel de la récession. L'écart de risque s'accentue ainsi pour devenir des plus importants en 2007.

Également, l'utilisation de données historiques fait en sorte que la CVaR demeure grande en valeur absolue pendant une très longue période suite au krach boursier, laissant place à ce que nous pouvons visuellement qualifier de plateau, à partir du dernier trimestre de 2008 jusqu'à la fin de 2009. Cette caractéristique peut poser un énorme problème aux banques tant qu'à leur capacité à retrouver le chemin de la croissance si les exigences de réglementation les tiennent au tapis pendant une aussi longue période.

Les valeurs à risque conditionnelles à 5 jours et à 10 jours présentent un portrait très similaire:

Figure 8: Valeurs à risque conditionnelles 5 jours à 1% avec Johnson moments historiques

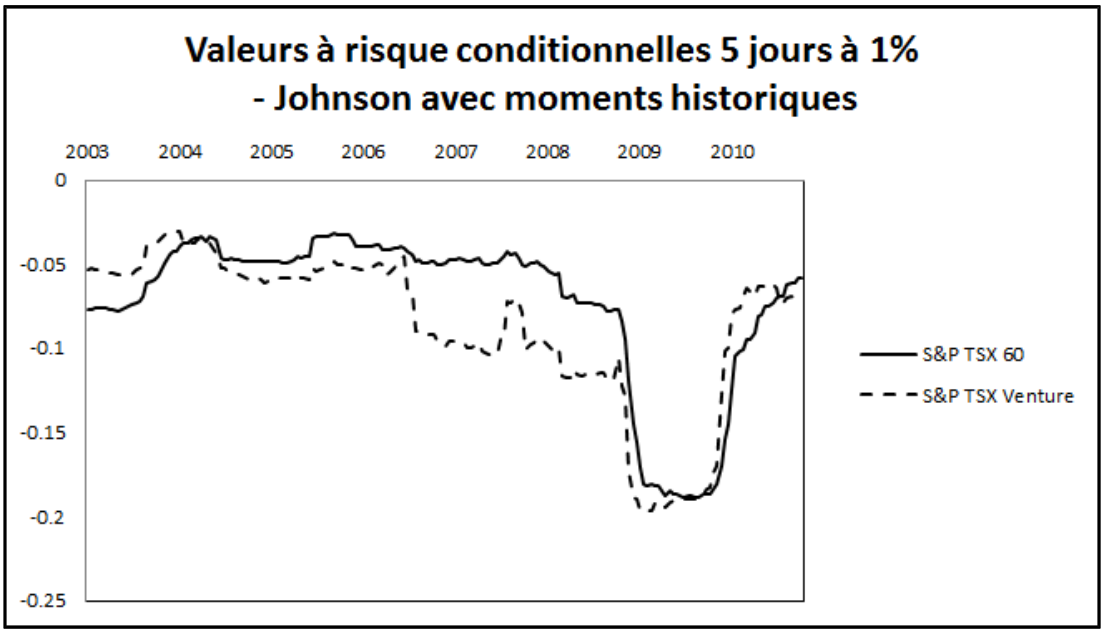
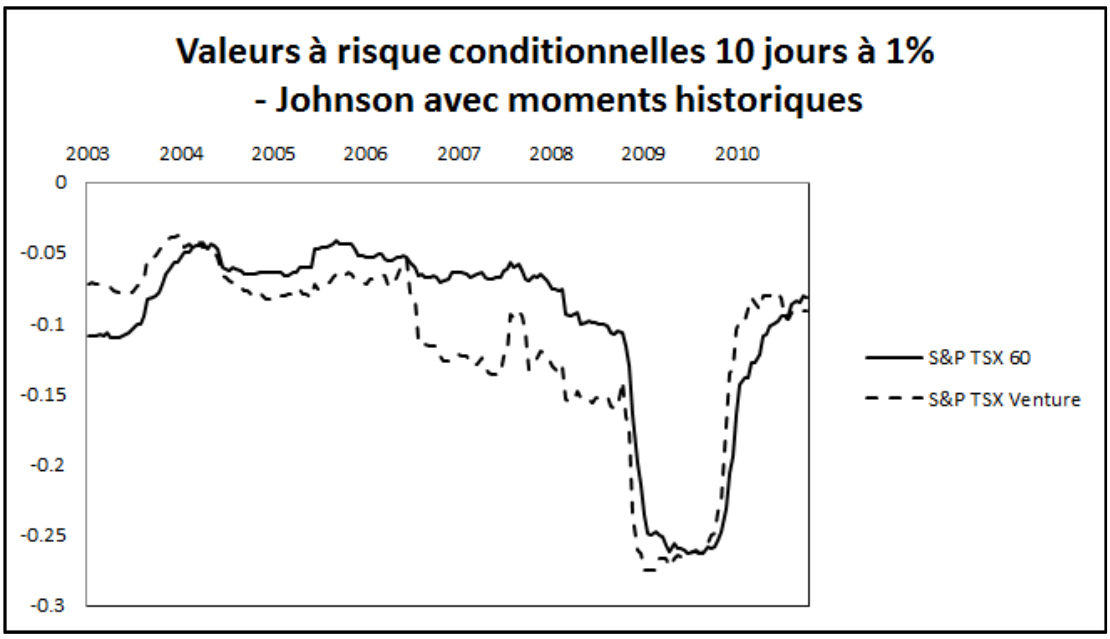


Figure 9: Valeurs à risque conditionnelles 10 jours à 1% avec Johnson moments historiques



Cette méthode semble ainsi s'ajuster rapidement aux différents horizons, mais l'inquiétude peut survenir dans le cas où elle surestime probablement le risque, tout particulièrement après les krachs boursiers causés par une récession. La réglementation fait en sorte qu'une telle mesure de CVaR exigerait le maintien d'une réserve de capital très importante tout au long de l'année 2009, brimant ainsi les possibilités de croissance des institutions financières. Évidemment, il existe un important compromis entre sécurité et croissance et nous devons garder en tête l'importance des réserves de capital au sein des institutions financières.

5.3 Johnson avec moments GARCH

Maintenant que nous avons peint un portrait des résultats touchant la méthodologie de Johnson avec les moments historiques, nous nous tournons vers celle utilisant des moments estimés avec GARCH.

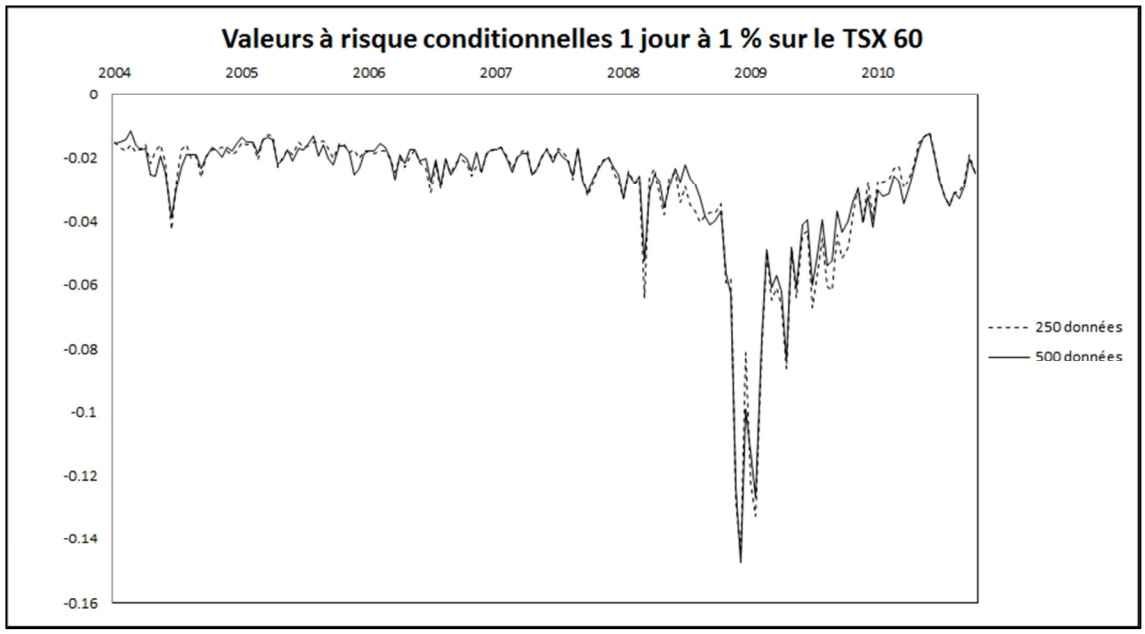
Un fait important concernant cette méthodologie est qu'elle est la seule à avoir causé certains problèmes en utilisant des fenêtres de 250 jours pour les calculs de risques. À certaines occasions, l'algorithme d'optimisation utilisé ne parvient pas à

converger. Cette situation est davantage présente pendant la crise économique ce qui nous force à utiliser des fenêtres de 500 jours.

À des fins de comparaison, nous présentons les valeurs à risque conditionnelles 1 jour à 1% pour les deux indices en utilisant des fenêtres de 250 et de 500 jours.

Nous avons alors pour l'indice S&P TSX 60 :

Figure 10: Valeurs à risque conditionnelles 1 jour à 1% avec GARCH (S&P TSX 60)

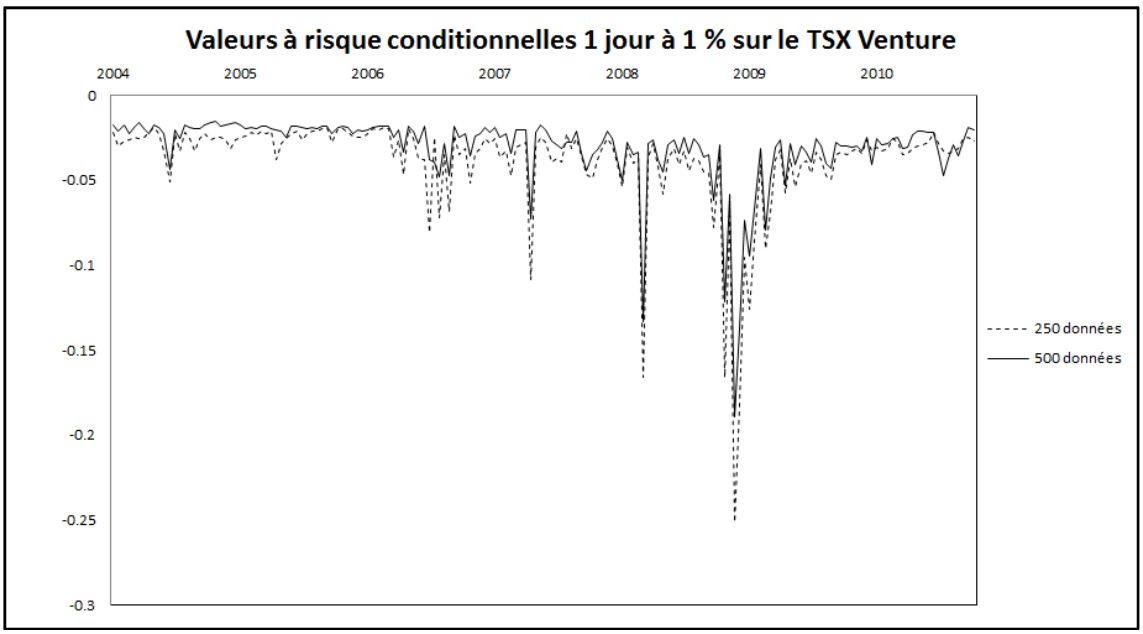


Le graphique démontre que la distinction entre les deux choix de fenêtres n'offre pas de différences importantes au sein des mesures de risque lors d'une période de croissance. Cependant, nous constatons qu'à partir de 2008, la superposition des deux graphiques est moins précise et qu'il y a un intérêt à bien choisir sa fenêtre d'observations.

Cette constatation risque d'être présente également au sein de l'indice S&P TSX Venture si nous la considérons comme étant semblable ou plus complexe à évaluer que sa comparable.

La mesure de risque pour l'indice S&P TSX Venture, tant qu'à elle, trace le graphique de la page suivante :

Figure 11: Valeurs à risque conditionnelles 1 jour à 1% avec GARCH (S&P TSX Venture)



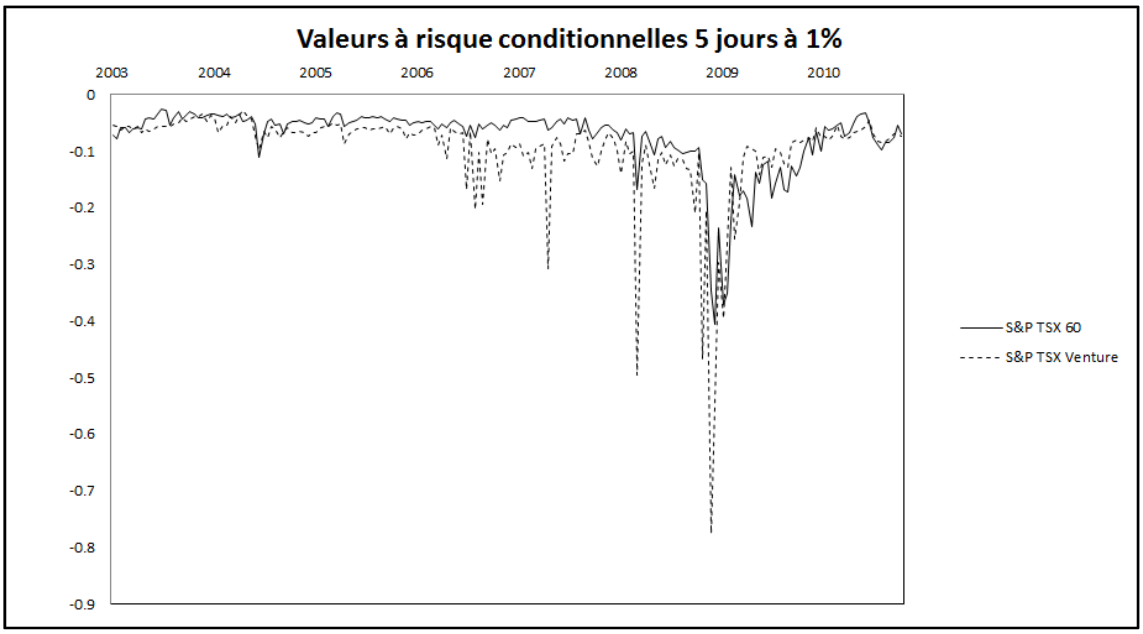
Nous voyons que le comportement des CVaRs n'est pas affecté de manière importante par la fenêtre que nous utilisons. À l'exception des périodes marquées par une forte volatilité où la méthodologie à 250 jours plonge de manière plus importante, ce qui est fort cohérent puisque chaque donnée possède un poids plus important au sein de l'échantillon, nous ne voyons pas de problème à utiliser l'une des deux fenêtres si l'algorithme que nous utilisons ne parvient pas à converger avec un nombre trop faible d'observations.

Ces graphiques nous démontrent du même coup que cette méthodologie ne semble pas posséder le problème du maintien d'une réserve de capital élevée au cours de la récession qui peut handicaper la performance d'une banque si elle est obligée de maintenir un niveau de capital trop élevé alors qu'elle tente de se sortir d'une crise importante. Toutefois, il se peut que nous ayons des valeurs extrêmes provenant de la difficulté de l'algorithme à converger. Comme nous le voyons au sein du graphique, ces points extrêmes ne sont pas fréquents, mais sont présents.

La variation des VaRs et des CVaRs est plus importante d'une fenêtre à une autre étant donné le caractère stochastique de la méthodologie. En superposant les

CVaRs pour nos deux indices utilisés comme nous l'avons fait dans la sous-section précédente, nous obtenons le graphique à 5 jours suivant :

Figure 12: Valeurs à risque conditionnelles 5 jours à 1% avec GARCH



La tendance du marché très spéculatif du TSX Venture à posséder un risque croissant plus important que son comparable au sein de notre période d'observations est bien représentée encore une fois par cette méthodologie. L'augmentation de risque se fait voir à partir de 2006 pour atteindre son creux à la toute fin de 2008.

Évidemment, une analyse plus approfondie permet ultérieurement dans notre mémoire de vérifier si ce comportement différent à la méthodologie de Johnson avec moments historiques améliore ou non nos résultats.

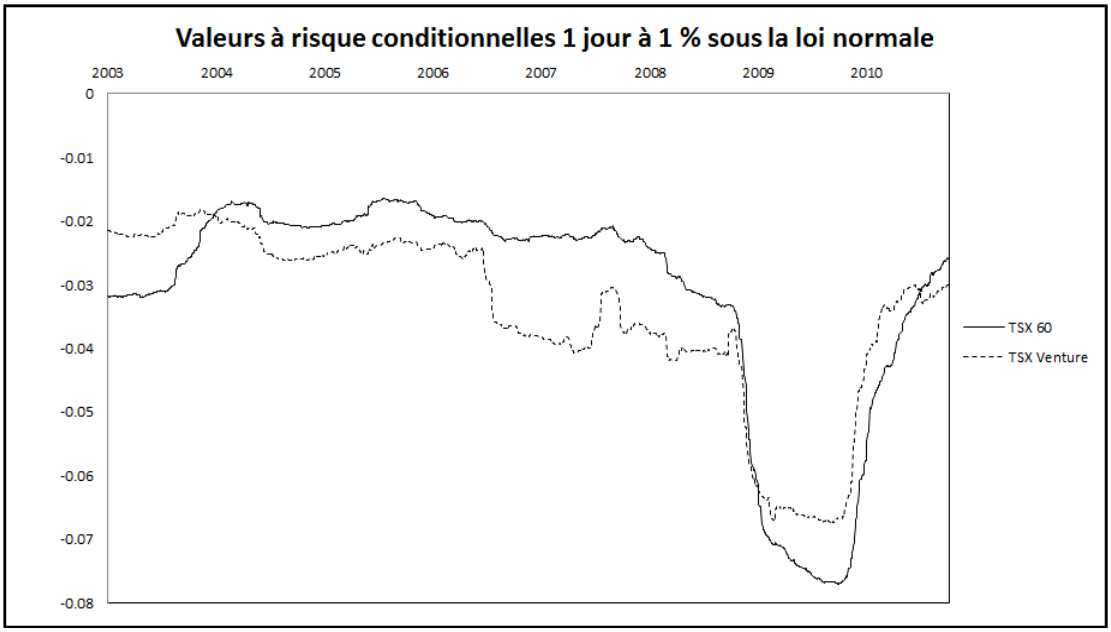
5.4 Hypothèse de la loi normale

Nous terminons la section cinq de ce travail en présentant les résultats obtenus en mettant de l'avant les calculs de VaR et de CVaR classiques supposant des distributions i.i.d. suivant une loi normale. Les fortes hypothèses de ce modèle que nous connaissons bien nous permettent de douter des résultats que nous obtenons, mais puisque cette méthodologie fait foi de référence encore aujourd'hui pour certaines mesures de risque, nous en faisons la présentation.

Encore une fois ici, les résultats graphiques de la VaR et de la CVaR présentent d'importantes similitudes. Nous décidons afin d'alléger ce mémoire de présenter les résultats de la CVaR d'abord et avant tout. Ceux-ci correspondent comme dans les autres cas à un résultat plus conservateur que la VaR. Nous sommes ainsi en mesure de bien voir le comportement de la méthodologie à travers les différentes fenêtres roulantes, l'utilité même de cette présente section.

Ainsi, les CVaRs 1 jour à 1% pour nos deux indices de référence se dessinent ainsi :

Figure 13: Valeurs à risque conditionnelles 1 jour à 1% Loi normale



Encore une fois, le marché des titres de croissance semble avoir une plus grande instabilité et une importance augmentation de risque à partir de 2006 contrairement aux titres fortement capitalisés.

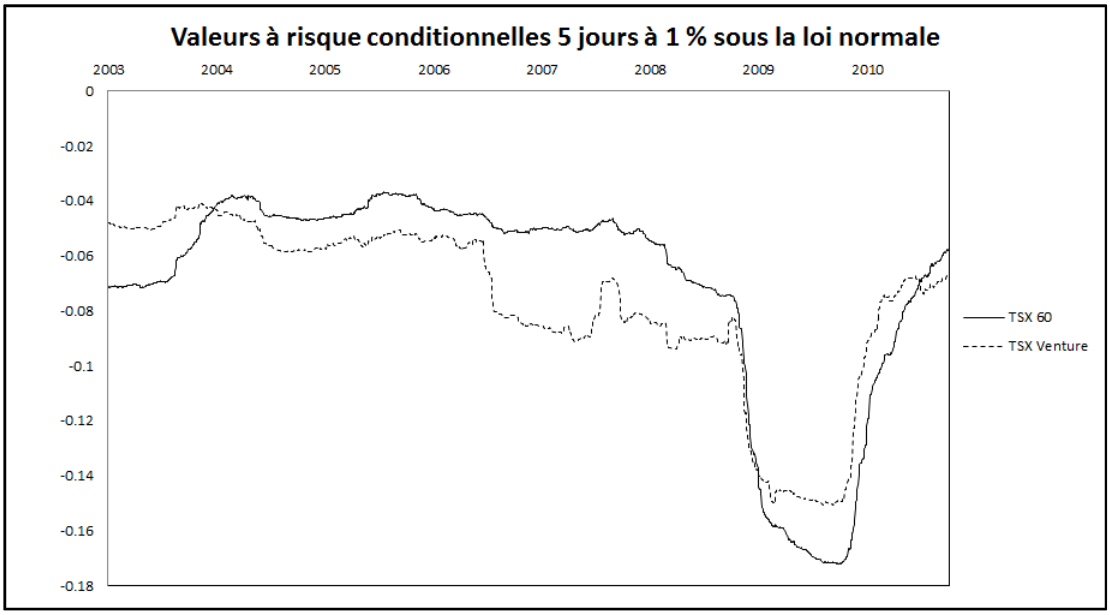
Un élément qui démarque particulièrement cette méthodologie se remarque particulièrement en période de récession. L'indice S&P TSX 60 vient voir son risque augmenter à un niveau tel qu'il surpasse celui de son comparable pour l'ensemble de la période de récession jusqu'en 2010.

Le fait que l'on n'utilise ainsi pas le troisième et le quatrième moment de nos distributions en période de crise semble venir sous-estimer de manière importante le risque contenu dans un portefeuille qui serait composé de titres à faible capitalisation si l'on se fie aux deux autres méthodologies.

Ce résultat est intéressant par le fait qu'il semble ainsi vouloir donner une importance aux outils de mesure de risque utilisant ainsi les quatre premiers moments d'une distribution de rendements.

En appliquant cette même méthodologie sur un horizon temporel plus grand, nous pouvons croire que nos résultats seront encore moins précis. En traçant les CVaRs 5 jours nous obtenons le graphique suivant :

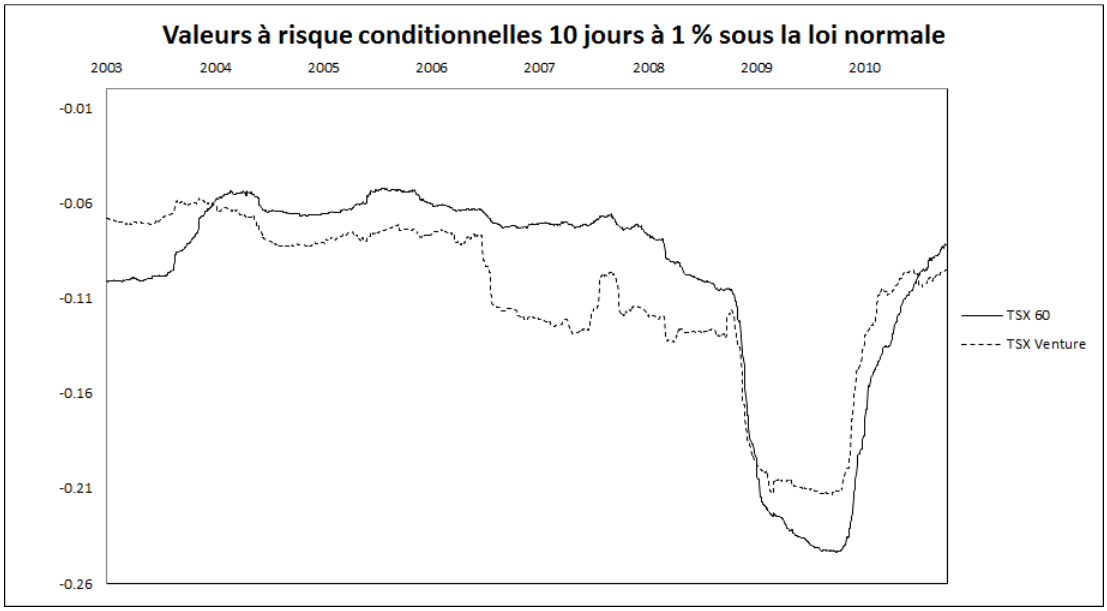
Figure 14: Valeurs à risque conditionnelles 5 jours à 1% Loi normale



Nous présentons également les CVaRs 10 jours graphiquement en employant la même méthodologie. Évidemment, la méthode avec laquelle nous modifions l'horizon temporel de nos mesures de risque fait en sorte que les deux graphiques sont très similaires.

Nous obtenons ainsi au sein de la page suivante les CVaRs 10 jours à 1% avec la loi normale :

Figure 15: Valeurs à risque conditionnelles 10 jours à 1% Loi normale



Ces deux graphiques représentent des copies conformes au précédent graphique, mais à des niveaux de risque plus grands, conformément à la méthodologie. Nous décidons de les présenter simplement pour démontrer que les niveaux de risque atteints sont inférieurs aux risques mesurés au sein des deux autres méthodologies pour les horizons temporels respectifs ce qui peut laisser croire à une sous-estimation du risque à 1 jour, 5 jours et 10 jours. Il en va de même pour les différents niveaux de confiance.

Dans son ensemble, cette méthodologie calcule un risque plus faible durant le roulement de nos fenêtres d'observations. Il est aujourd'hui très simple de calculer le troisième et le quatrième moment d'une distribution. Nous croyons que la réglementation de Bâle doit définir des mesures claires visant à forcer les différentes institutions financières à modéliser leur risque en considérant ces moments.

La détention de titres à petite capitalisation rend l'évaluation du risque beaucoup plus difficile avec seulement les deux premiers moments. La forte spéculation sur ces marchés et la plus faible liquidité ajoute une prime de risque qui se mesure au sein des deux premiers moments, mais également sous le troisième et le quatrième moment.

Cette sous-section permet de présenter les mesures de risque, mais ne prouve en aucun temps si ces mesures surestiment ou sous-estiment le risque réel présent sur le marché. C'est pour cette raison que notre prochaine section se concentre sur nos tests rétroactifs qui permettent de juger de la robustesse des différents calculs.

6. Résultats des tests rétroactifs

Les précédentes sections permettent de développer nos différentes méthodologies, de présenter et d'analyser sur un premier plan les nombreux résultats obtenus. À présent, nous venons vérifier nos résultats en utilisant les tests rétroactifs de Kerkhof et Al. (2003) et une version adaptée de ces tests pour les distributions de Johnson comme nous le présentons antérieurement.

C'est au sein de cette section que nous voyons concrètement laquelle des méthodologies est la plus performante sur nos deux bases de données. Nous abordons tout d'abord la méthodologie de Johnson avec moments historiques, la méthodologie de Johnson avec moments GARCH et finalement sous l'hypothèse de la loi normale.

Les tests rétroactifs sont faits chaque année afin de suivre l'évolution du comportement des méthodologies à travers les changements conjoncturels. Les résultats en caractères gras présents dans les tableaux qui suivent doivent capter notre attention puisqu'ils ne sont pas inclus dans notre intervalle de confiance que nous fixons à 99% sur l'ensemble des résultats. Cela signifie que nous ne pouvons pas assurer la précision 99 fois sur 100 d'une mesure qui n'est pas incluse au sein de cet intervalle, soit $[-2.3263: 2.3263]$

6.1 Johnson avec moments historiques

Les résultats de la section précédente laissent voir que la présente méthodologie offre des résultats plus élevés en valeurs absolues que les deux autres. Cette différence ne semble pas très significative sur la période de 2001-2007, mais au moment d'une récession, le calcul de risque bondit de manière très importante.

Les tests rétroactifs sur cette méthodologie à 1 jour avec des fenêtres de 250 jours en utilisant l'indice S&P TSX 60 sont présentés dans le tableau de la page suivante :

Tableau 14: Tests rétroactifs - S&P TSX 60 Johnson historique 1 jour fenêtre 250 jours

S&P TSX 60												
Méthodologie : Johnson avec moments historiques - Fenêtre de 250 jours												
Année	VaR à 1 jour						CVaR à 1 jour					
	Ajustement quotidien			Ajustement réglementaire			Ajustement quotidien			Ajustement réglementaire		
	0.1%	**1%**	**5%**	**0.1%**	**1%**	**5%**	**0.1%**	**1%**	**5%**	**0.1%**	**1%**	**5%**
2003	1.32	**3.15**	**3.91**	1.31	**3.13**	**3.90**	1.39	**2.84**	**4.17**	1.39	**2.87**	**4.16**
2004	**-2.92**	-1.29	-0.05	**-2.92**	-1.55	-0.04	-1.92	**-2.45**	-1.66	-1.92	**-2.60**	-2.01
2005	-0.45	**-2.58**	-0.61	-0.51	**-2.59**	-1.39	0.01	-1.51	-1.47	-0.04	-1.77	-1.86
2006	0.70	0.02	-1.28	0.72	-0.46	-1.28	0.91	0.65	-0.09	0.93	0.32	-0.54
2007	-0.11	-0.87	-1.80	-0.11	-0.88	-1.87	0.28	-0.96	-1.51	0.28	-0.98	-1.64
2008	-1.20	**-3.49**	**-5.90**	**5.22**	**9.79**	**11.89**	-0.57	**-2.59**	**-5.23**	**2.87**	**5.01**	**5.13**
2009	1.93	**3.23**	**4.07**	1.91	**3.21**	**4.17**	1.88	**3.34**	**4.30**	1.86	**3.32**	**4.29**
2010	0.57	0.71	1.39	0.58	0.72	1.39	0.74	0.70	1.30	0.75	0.71	1.35
All	-0.87	-1.17	-0.67	**5.20**	**9.89**	**12.31**	-1.24	-1.39	-1.27	**3.38**	**6.46**	**8.12**

Sur la période de 2003 à 2007, les différents procédés offrent des résultats robustes qui permettent de croire en la fiabilité de la mesure pour cet indice à 1 jour en période de croissance économique. La croissance forte sur cette période est certainement un facteur qui facilite l'utilisation des mesures de risque. Ce qui ressort également de ce tableau est le comportement de la mesure de risque sur la période de 2008. Cette ligne met en évidence un échec de robustesse pour les deux mesures de risque. Toutefois, nous constatons que la CVaR à 1 jour avec un ajustement quotidien offre de meilleurs résultats tout comme la VaR que lors d'un ajustement réglementaire.

La période de 2009 comporte de nombreux échecs de robustesse. Ceci est principalement dû aux inquiétudes que nous avons formulées dans la précédente section. Cette méthodologie vient mesurer un risque plus important suivant un krach boursier durant une longue période de temps. En plus de nuire aux différentes institutions financières, ce lourd calcul de risque surestime de manière réelle le risque auquel elles font faces suite à un krach boursier.

Sur l'ensemble de la période, nous constatons que le réajustement 10 jours du calcul de VaR et de CVaR souffre lors de la période de crise connue en 2008, ce qui rend la méthodologie non robuste comparativement à un réajustement quotidien.

Évidemment, au sein des institutions financières, les mesures de risque sont réajustées tous les jours, mais le capital réglementaire tous les dix jours. Le réajustement du capital exigé tous les jours pourrait probablement créer une certaine instabilité au sein même de l'institution financière, ce qui est fort probablement la raison pour laquelle la réglementation demande un réajustement tous les dix jours. Nos résultats démontrent simplement qu'il peut se produire beaucoup de choses en dix jours sur les marchés financiers et qu'il faut assurer au minimum un suivi quotidien.

En utilisant des fenêtres roulantes de 500 jours pour le même indice, nous obtenons les résultats similaires suivants :

Tableau 15: Tests rétroactifs - S&P TSX 60 Johnson historique 1 jour fenêtre 500 jours

S&P TSX 60												
Méthodologie : Johnson avec moments historiques - Fenêtre de 500 jours												
Année	VaR à 1 jour						CVaR à 1 jour					
	Ajustement quotidien			Ajustement 10 jours			Ajustement quotidien			Ajustement 10 jours		
	0.1%	**1%**	**5%**	**0.1%**	**1%**	**5%**	**0.1%**	**1%**	**5%**	**0.1%**	**1%**	**5%**
2003	0.85	1.27	1.16	0.86	1.28	1.18	0.76	1.35	1.47	0.77	1.36	1.49
2004	-0.04	1.31	1.88	-0.04	1.30	1.90	0.33	0.92	1.86	0.33	0.91	1.82
2005	0.83	-0.55	-0.40	0.79	-0.56	-0.54	1.01	0.55	0.14	0.98	0.52	0.10
2006	0.41	-0.93	**-2.60**	0.35	-1.00	**-2.75**	0.68	-0.11	-1.56	0.64	-0.17	-1.66
2007	-0.14	-0.27	**-2.37**	-0.13	-1.11	**-2.77**	0.26	-0.79	-1.63	0.26	-1.03	-2.02
2008	-1.67	**-4.29**	**-7.85**	**5.19**	**9.69**	**11.72**	-0.94	**-3.30**	**-6.64**	**2.65**	**4.48**	**4.13**
2009	1.36	1.70	1.74	1.35	1.68	1.73	1.43	2.13	2.06	1.42	2.10	2.02
2010	2.20	**3.85**	**4.50**	2.20	**3.85**	**4.52**	2.01	**3.70**	**4.90**	2.01	**3.69**	**4.89**
All	-0.56	-1.59	-1.63	**5.21**	**9.84**	**12.67**	-0.52	-1.46	-1.93	**3.29**	**6.19**	**7.99**

Le principal changement provient du fait que les fenêtres de 500 jours font en sorte que le risque est surévalué plus longtemps, particulièrement en 2010 sur la période que nous couvrons. Les deux mesures sont très comparables et il devient

difficile de présenter un avantage net de la VaR ou de la CVaR par rapport à sa comparable à l'exception de 2006 et 2007 à 5% ou la CVaR offre des résultats robustes contrairement à la VaR.

Les résultats pour l'indice S&P TSX Venture à 1 jour avec des fenêtres de 250 jours sont également répertoriés :

Tableau 16: Tests rétroactifs - S&P TSX Venture Johnson historique 1 jour fenêtre 250 jours

S&P TSX Venture												
Méthodologie : Johnson avec moments historiques – Fenêtre de 250 jours												
Année	VaR à 1 jour						CVaR à 1 jour					
	Ajustement quotidien			Ajustement réglementaire			Ajustement quotidien			Ajustement réglementaire		
	0.1%	**1%**	**5%**	**0.1%**	**1%**	**5%**	**0.1%**	**1%**	**5%**	**0.1%**	**1%**	**5%**
2003	**-2.92**	0.89	2.32	**-2.91**	0.86	**2.34**	-1.92	-1.46	1.34	-1.91	-1.45	1.34
2004	-0.07	**-2.71**	-1.92	-0.08	**-2.67**	-2.04	0.31	-1.41	-1.70	0.31	-1.40	-1.88
2005	1.08	0.27	-0.40	1.09	0.20	-0.70	1.21	1.13	0.20	1.21	1.12	0.11
2006	-1.19	**-3.18**	**-3.30**	-1.20	**-3.72**	**-3.55**	-0.56	**-2.60**	**-3.30**	-0.57	**-2.79**	**-3.81**
2007	-0.99	-0.59	-1.28	-1.10	-0.60	-1.58	-0.41	-0.90	-0.98	-0.49	-0.98	-1.15
2008	-0.56	**-3.63**	-2.18	**-5.33**	**-3.93**	-2.31	-0.07	-2.15	**-2.69**	**-3.80**	**-5.86**	**-4.98**
2009	1.96	**3.70**	**4.38**	2.00	**3.67**	**4.40**	1.90	**3.24**	**4.69**	1.92	**3.27**	**4.74**
2010	0.39	-1.39	-0.55	0.31	-1.40	-0.66	0.60	-0.33	-0.92	0.53	-0.41	-1.00
All	-1.10	-0.71	-0.70	**-2.15**	-1.28	-0.95	-1.24	-1.59	-1.15	**-2.84**	**-2.49**	-1.63

Le présent tableau comporte des similitudes avec le précédent qui nous permettent de confirmer les problèmes constatés. L'inquiétude vécue sur le marché de croissance en 2006 se reflète dans les tests rétroactifs. Nous constatons qu'à l'exception de niveau de confiance de 99.9%, la méthodologie met en évidence de nombreuses violations.

La période de 2008 offre les mêmes résultats, bien qu'un résultat soit robuste à 1% avec la CVaR ajustée quotidiennement. Il s'agit d'un résultat intéressant qui permet de noter un léger avantage de la CVaR par rapport à la VaR durant cette période de crise sur un marché de croissance comme celui-ci.

Suite à un krach boursier, le risque est surestimé également pour cette indice de manière importante ce qui enlève de la précision à la méthode pour 2009 et fait en sorte que nous rejetons la plupart de nos résultats.

Le tableau pour ce même indice avec des fenêtres roulantes de 500 jours permet des conclusions similaires :

Tableau 17: Tests rétroactifs - S&P TSX Venture Johnson historique 1 jour fenêtre 500 jours

S&P TSX Venture												
Méthodologie : Johnson avec moments historiques - Fenêtre de 500 jours												
Année	VaR à 1 jour						CVaR à 1 jour					
	Ajustement quotidien			Ajustement 10 jours			Ajustement quotidien			Ajustement 10 jours		
	0.1%	**1%**	**5%**	**0.1%**	**1%**	**5%**	**0.1%**	**1%**	**5%**	**0.1%**	**1%**	**5%**
2003	0.00	-0.87	-1.85	0.00	-0.87	-1.85	0.10	-0.39	-1.77	0.10	-0.39	-1.77
2004	0.03	-1.43	-1.07	0.03	-1.83	-1.13	0.39	-0.76	-1.34	0.39	-0.88	-1.45
2005	0.78	0.55	-1.54	0.78	0.55	-1.55	0.98	0.89	-0.14	0.98	0.89	-0.18
2006	-1.72	**-2.78**	**-3.84**	-1.73	**-4.49**	**-3.84**	-0.98	**-3.13**	**-4.08**	-0.99	**-3.65**	**-4.66**
2007	-0.33	-0.51	-1.26	-0.36	-0.52	-1.38	0.10	-0.51	-0.95	0.09	-0.53	-1.01
2008	-0.78	**-3.68**	**-3.81**	-0.99	**-3.66**	**-3.89**	-0.24	-2.30	**-3.60**	-0.41	**-2.43**	**-3.72**
2009	**2.36**	**3.29**	**3.66**	**2.38**	**3.29**	**3.67**	2.21	**3.63**	**4.28**	2.22	**3.64**	**4.29**
2010	1.61	1.73	**2.85**	1.60	1.73	**2.83**	1.55	2.21	**2.92**	1.54	2.20	**2.91**
All	-0.88	-1.29	-1.06	-0.98	-1.47	-1.26	-0.66	-1.45	-1.48	-0.70	-1.67	-1.64

Le résultat à nouveau positif de la CVaR à 1 % avec un ajustement quotidien ajoute de la crédibilité au précédent résultat défendant l'utilisation de la CVaR sur ce marché. Toutefois, le choc de 2006 n'est pas bien mesuré encore une fois en utilisant les fenêtres roulantes de 500 jours.

Tout comme l'indice précédent, l'ajustement quotidien des paramètres est globalement avantageux comparativement à un ajustement tous les dix jours.

Le trait conservateur de la CVaR se veut être un important avantage au courant de l'année 2008 sans affecter les autres périodes. Le coussin plus grand de la CVaR ne semble ainsi pas être un facteur handicapant si on le compare à la VaR au sein du présent indice.

Pour un horizon temporel de cinq jours et des fenêtres de 250 jours, les résultats pour l'indice du S&P TSX 60 et le S&P TSX Venture se retrouvent au sein des deux tableaux suivants:

Tableau 18: Tests rétroactifs - S&P TSX 60 Johnson historique 5 jours fenêtre 250 jours

S&P TSX 60												
Méthodologie : Johnson avec moments historiques - Fenêtre de 250 jours												
Année	VaR à 5 jours						CVaR à 5 jours					
	Ajustement quotidien			Ajustement 10 jours			Ajustement quotidien			Ajustement 10 jours		
	0.1%	**1%**	**5%**	**0.1%**	**1%**	**5%**	**0.1%**	**1%**	**5%**	**0.1%**	**1%**	**5%**
2003	**2.46**	**2.95**	**5.90**	**2.47**	**2.96**	**5.86**	2.29	**3.57**	**5.23**	2.29	**3.58**	**5.22**
2004	-0.40	**-4.18**	**-2.54**	-0.36	**-4.11**	**-2.64**	0.05	-2.28	**-2.46**	0.09	-2.20	**-2.95**
2005	-0.06	**-3.38**	**-3.03**	-0.06	**-3.40**	**-3.04**	0.32	-1.58	**-4.92**	0.32	-1.59	**-4.91**
2006	1.04	-0.62	-0.76	1.05	-0.61	-0.84	1.18	0.66	**-2.56**	1.18	0.67	**-2.56**
2007	0.82	-1.18	0.97	0.86	-1.08	0.62	1.00	0.21	**-3.36**	1.04	0.29	**-3.29**
2008	-0.35	**-4.12**	**-4.55**	-0.86	**-5.39**	**-5.22**	0.09	-2.19	**-5.47**	-0.31	**-3.23**	**-6.38**
2009	**3.03**	**4.38**	**5.54**	**3.04**	**4.39**	**5.42**	**2.73**	**4.73**	**6.10**	**2.74**	**4.74**	**6.12**
2010	1.23	-0.14	**-2.69**	0.99	-0.11	-2.17	1.33	1.06	-1.22	1.07	0.85	-0.98
All	**-2.50**	**-4.08**	**-4.89**	**-2.49**	**-4.16**	**-4.91**	-2.05	**-2.86**	**-5.16**	-2.03	**-3.03**	**-5.19**

Tableau 19: Tests rétroactifs - S&P TSX Venture Johnson historique 5 jours fenêtre 250 jours

S&P TSX Venture												
Méthodologie : Johnson avec moments historiques – Fenêtre de 250 jours												
Année	VaR à 5 jours						CVaR à 5 jours					
	Ajustement quotidien			Ajustement 10 jours			Ajustement quotidien			Ajustement 10 jours		
	0.1%	**1%**	**5%**	**0.1%**	**1%**	**5%**	**0.1%**	**1%**	**5%**	**0.1%**	**1%**	**5%**
2003	-0.35	**-4.13**	1.97	-0.35	**-4.13**	1.97	0.09	-2.19	**-2.82**	0.09	-2.19	**-2.82**
2004	-0.13	**-3.56**	**-6.92**	-0.56	**-4.65**	**-6.78**	0.27	-1.73	**-5.55**	-0.07	**-2.62**	**-5.98**
2005	-0.62	**-4.81**	**-5.83**	-0.62	**-4.81**	**-5.89**	-0.12	**-2.74**	**-7.70**	-0.12	**-2.74**	**-7.70**
2006	**-4.06**	**-13.43**	**-4.86**	**-4.06**	**-13.46**	**-4.88**	**-2.80**	**-9.76**	**-15.38**	**-2.81**	**-9.78**	**-15.42**
2007	0.00	**-3.25**	**-4.42**	0.00	**-3.25**	**-4.42**	0.37	-1.47	**-5.30**	0.37	-1.47	**-5.55**
2008	-1.73	**-7.58**	**-9.65**	-2.12	**-8.54**	**-9.76**	-0.99	**-5.02**	**-9.39**	-1.29	**-5.80**	**-9.94**
2009	**2.86**	**3.95**	**7.13**	**2.86**	**3.95**	**7.13**	**2.60**	**4.39**	**5.79**	**2.60**	**4.39**	**5.79**
2010	-1.59	**-6.60**	**-6.62**	-1.59	**-6.60**	**-6.62**	-0.95	**-4.43**	**-7.49**	-0.95	**-4.43**	**-7.49**
All	**-4.06**	**-4.87**	**-4.89**	**-4.03**	**-4.96**	**-5.13**	**-2.80**	**-5.77**	**-7.30**	**-2.82**	**-5.84**	**-7.48**

Les problèmes généraux de la méthode sont également présents pour les calculs à cinq jours. L'évaluation sur ces horizons temporels est plus difficile étant donné la méthodologie utilisée. À ce niveau, nous n'obtenons ainsi pas réellement de surprises.

Nous constatons que la CVaR à 1% avec un ajustement quotidien n'est plus robuste en 2008 pour le Venture, tout comme la majorité des périodes que nous avons calculées. La façon avec laquelle nous transformons nos VaRs et nos CVaRs à 1 jour ou notre base de données joue ainsi un rôle fondamental sur lequel il est important de se pencher.

Les tableaux avec les fenêtres roulantes de 500 jours présentent des résultats similaires et c'est pour cette raison que nous ne les intégrons pas au cœur même de ce mémoire. Nous les avons ajoutés au sein de l'Appendice C.

Les mêmes tableaux pour nos résultats à 10 jours avec des fenêtres de 250 jours sont présentés dans les deux tableaux qui suivent et vont dans la même voie que les résultats à cinq jours.

Nous avons en premier lieu pour l'indice S&P TSX 60 les résultats suivants:

Tableau 20: Tests rétroactifs - S&P TSX 60 Johnson historique 10 jours fenêtre 250 jours

S&P TSX 60												
Méthodologie : Johnson avec moments historiques - Fenêtre de 250 jours												
Année	VaR à 10 jours						CVaR à 10 jours					
	Ajustement quotidien			Ajustement 10 jours			Ajustement quotidien			Ajustement 10 jours		
	0.1%	**1%**	**5%**	**0.1%**	**1%**	**5%**	**0.1%**	**1%**	**5%**	**0.1%**	**1%**	**5%**
2003	**3.82**	**6.36**	**7.06**	**3.82**	**6.36**	**7.06**	**3.35**	**6.35**	**7.93**	**3.35**	**6.35**	**7.93**
2004	-0.45	**-4.38**	**-5.67**	-0.45	**-4.38**	**-5.67**	0.02	**-2.39**	**-8.32**	0.02	**-2.39**	**-8.32**
2005	0.86	-1.08	-1.48	0.86	-1.08	-1.48	1.04	0.29	**-3.34**	1.04	0.29	**-3.34**
2006	0.50	-1.99	**-7.06**	0.50	-1.99	**-7.06**	0.76	-0.45	**-4.72**	0.76	-0.45	**-4.72**
2007	1.56	0.68	**-3.87**	1.56	0.68	**-3.87**	1.58	1.72	-0.67	1.58	1.72	-0.67
2008	-1.41	**-6.81**	**-10.29**	-1.41	**-6.81**	**-10.29**	-0.74	**-4.36**	**-12.00**	-0.74	**-4.36**	**-12.00**
2009	**3.16**	**4.69**	**6.65**	**3.16**	**4.69**	**6.65**	**2.83**	**4.99**	**5.40**	**2.83**	**4.99**	**5.40**
2010	**3.18**	**4.76**	**3.75**	**3.18**	**4.76**	**3.75**	**2.85**	**5.04**	**5.50**	**2.85**	**5.04**	**5.50**
All	1.45	**5.98**	**7.18**	1.45	**5.98**	**7.18**	1.67	**5.63**	**9.28**	1.67	**5.63**	**9.28**

En deuxième lieu, nous retrouvons les résultats pour l'Indice S&P TSX Venture dans le présent tableau :

Tableau 21: Tests rétroactifs - S&P TSX Venture Johnson historique 10 jours fenêtre 250 jours

S&P TSX Venture												
Méthodologie : Johnson avec moments historiques – Fenêtre de 250 jours												
Année	VaR à 10 jours						CVaR à 10 jours					
	Ajustement quotidien			Ajustement 10 jours			Ajustement quotidien			Ajustement 10 jours		
	0.1%	**1%**	**5%**	**0.1%**	**1%**	**5%**	**0.1%**	**1%**	**5%**	**0.1%**	**1%**	**5%**
2003	1.18	-0.28	-0.18	1.18	-0.28	-0.18	1.29	0.94	-2.13	1.29	0.94	-2.13
2004	-1.78	**-7.73**	**-9.91**	-1.78	**-7.73**	**-9.91**	-1.03	**-5.11**	**-13.40**	-1.03	**-5.11**	**-13.40**
2005	1.73	1.10	**-2.94**	1.73	1.10	**-2.94**	1.72	2.07	-0.03	1.72	2.07	-0.03
2006	**-2.82**	**-10.35**	**-15.91**	**-2.82**	**-10.35**	**-15.91**	-1.84	**-7.25**	**-17.37**	-1.84	**-7.25**	**-17.37**
2007	-0.62	**-4.82**	**-6.50**	-0.62	**-4.82**	**-6.50**	-0.12	**-2.75**	**-8.99**	-0.12	**-2.75**	**-8.99**
2008	**-2.75**	**-10.17**	**-15.90**	**-2.75**	**-10.17**	**-15.90**	-1.79	**-7.10**	**-17.10**	-1.79	**-7.10**	**-17.10**
2009	**3.13**	**4.61**	**5.83**	**3.13**	**4.61**	**5.83**	**2.81**	**4.92**	**5.28**	**2.81**	**4.92**	**5.28**
2010	1.08	0.10	**-3.68**	1.08	0.10	**-3.68**	1.13	1.02	-1.21	1.13	1.02	-1.21
All	1.69	**7.03**	**9.60**	1.69	**7.03**	**9.60**	1.43	**3.96**	**13.23**	1.43	**3.96**	**13.23**

Nous croyons que la réglementation devrait exiger des normes claires et précises quant à la façon de convertir des mesures à 1 jour ou de proposer des mesures de risque à 5 jours et 10 jours, puisqu'elles semblent plus difficiles à obtenir qu'à 1 jour, tout particulièrement avec des données quotidiennes.

Les résultats pour les fenêtres roulantes de 500 jours sont également présentés dans l'Appendice C. Nous pouvons y voir que lorsque nous doublons la taille de nos fenêtres, les résultats pour les mesures de risque à cinq jours et à dix jours sont peu robustes et que cela n'a ainsi aucun impact marquant pour venir combler le présent problème.

Les résultats généraux qui ressortent de cette méthodologie sont intéressants sous certains aspects. Nous constatons tout d'abord que l'utilisation de cette méthode avec des données quotidiennes offrent des résultats qui sont robustes de manière plutôt générale en période de croissance économique et que la distribution de Johnson permet ainsi de bien s'ajuster à la réalité. Évidemment, le choc d'une crise comme

2008 augmente la difficulté d'évaluation du risque, mais les résultats positifs de la CVaR à 1% sur l'indice S&P TSX venture démontre la pertinence d'une telle méthode et son développement.

Lorsque vient le temps de mesurer le risque sur cinq et dix jours, le développement d'une autre méthodologie doit être considéré étant donné les résultats peu solides obtenus.

La prochaine méthodologie permet de mesurer le risque à cinq et à dix jours différemment comme nous l'avons présenté dans la section méthodologique. Il est intéressant de voir les résultats qui en résultent.

6.2 Johnson avec moments GARCH

Nous vérifions à présent la robustesse de notre dernière méthodologie utilisée. Nous croyons que l'algorithme utilisé permet de mieux convertir les résultats sur différents horizons temporels. Cet élément devrait être le principal point distinctif de la méthode.

Nous sommes également intéressés à voir l'impact de la rapidité d'ajustement de la mesure de risque suite à un choc sur les marchés boursiers. Cette caractéristique d'une méthodologie employant un modèle stochastique GARCH la rend encore plus intéressante à vérifier par les tests rétroactifs.

Nous présentons dans cette sous-section l'ensemble de nos résultats sous forme de tableaux comme ce fut le cas préalablement. Les tableaux intègrent ainsi la robustesse des résultats à travers une même méthodologie pour un indice donné et une fenêtre précise.

Voici tout d'abord au sein de la page suivante les résultats pour l'indice S&P TSX 60 à 1 jour en utilisant des fenêtres roulantes de 250 jours :

Tableau 22: Tests rétroactifs - S&P TSX 60 Johnson GARCH 1 jour fenêtre 250 jours

S&P TSX 60												
Méthodologie : Johnson avec moments estimés GARCH - Fenêtre de 250 jours												
Année	VaR à 1 jour						CVaR à 1 jour					
	Ajustement quotidien			Ajustement réglementaire			Ajustement quotidien			Ajustement réglementaire		
	0.1%	**1%**	**5%**	**0.1%**	**1%**	**5%**	**0.1%**	**1%**	**5%**	**0.1%**	**1%**	**5%**
2003	-1.03	**-2.39**	0.61	-0.79	-1.58	0.46	-0.44	**-2.49**	-0.76	-0.25	-1.81	-0.75
2004	**-2.48**	**-3.82**	-0.39	**-2.48**	**-3.67**	-0.45	-1.57	**-3.66**	-2.23	-1.57	**-3.62**	**-2.64**
2005	-0.47	-1.49	**-2.38**	-0.47	**-3.13**	**-2.37**	0.00	-1.38	-2.13	0.00	-1.82	**-3.17**
2006	0.25	-0.87	-1.60	0.44	-1.54	-2.02	0.56	-0.21	-1.35	0.71	-0.37	-1.45
2007	**-2.60**	**-3.18**	**-3.24**	**-2.41**	**-4.20**	**-3.40**	-1.66	**-4.35**	**-3.95**	-1.52	**-4.62**	**-4.33**
2008	-0.72	**-4.78**	**-4.95**	**-2.47**	**-3.87**	**-4.35**	-0.20	**-2.84**	**-5.25**	-1.56	**-3.71**	**-5.69**
2009	1.28	0.44	-0.28	0.63	-0.20	-0.73	1.37	1.31	0.49	0.86	0.37	-0.45
2010	-0.16	-1.46	-1.31	-0.16	-1.42	**-2.75**	0.17	-0.88	-1.86	0.17	-0.88	-2.03
All	-2.10	-2.06	-1.77	**-2.46**	**-2.64**	-2.06	-1.61	**-2.67**	**-2.57**	-1.59	**-2.87**	**-2.94**

La méthodologie ne semble pas posséder ses faiblesses sur les mêmes périodes que la précédente pour ce premier tableau. Nous constatons que les principaux problèmes se font sentir en 2007, sois tout juste avant la période de récession et en 2008 durant la période de crise. Encore une fois ici, le krach boursier semble être responsable des difficultés de la méthodologie à évaluer le risque.

Comme les graphiques de la section précédente nous le laissent croire, l'ajustement rapide de la méthodologie de Johnson utilisant GARCH fait en sorte que contrairement à la méthodologie précédente, nous retrouvons des résultats qui ne violent pas le niveau de confiance pour 2009 et 2010 de manière complète, à l'exception de la VaR 1 jour à 5% avec un ajustement réglementaire des paramètres.

En ce qui a trait à l'année 2004, le peu de résultats robustes provient du fait que l'algorithme utilisé a davantage de difficultés à converger avec de petites fenêtres. L'utilisation de 250 données est parfois insuffisante afin de générer des mesures de risque significatives. L'utilisation des fenêtres roulante à 500 jours vient combler ce problème comme nous le présentons dans le tableau suivant toujours pour l'indice S&P TSX 60 :

Tableau 23: Tests rétroactifs - S&P TSX 60 Johnson GARCH 1 jour fenêtre 500 jours

S&P TSX 60												
Méthodologie : Johnson avec moments estimés GARCH - Fenêtre de 500 jours												
Année	VaR à 1 jour						CVaR à 1 jour					
	Ajustement quotidien			Ajustement réglementaire			Ajustement quotidien			Ajustement réglementaire		
	0.1%	**1%**	**5%**	**0.1%**	**1%**	**5%**	**0.1%**	**1%**	**5%**	**0.1%**	**1%**	**5%**
2003	0.48	0.35	-0.23	0.55	0.51	-0.01	0.48	0.60	0.07	0.53	0.73	0.32
2004	-1.88	-1.81	0.53	-1.88	**-3.10**	0.21	-1.10	-2.04	-0.88	-1.10	**-2.82**	-1.70
2005	-0.24	-0.27	-1.68	0.03	-0.81	-1.51	0.18	-0.30	-1.32	0.39	-0.67	-2.11
2006	-0.43	-1.68	-2.14	-0.34	**-2.34**	**-3.32**	0.03	-1.52	**-2.46**	0.10	-1.27	**-2.45**
2007	**-2.42**	**-3.54**	**-3.63**	-2.45	**-4.38**	**-3.73**	-1.52	**-4.04**	**-3.65**	-1.55	**-4.37**	**-4.17**
2008	-0.78	**-3.40**	**-4.95**	-3.02	**-4.26**	**-5.81**	-0.25	**-2.55**	**-4.99**	-1.99	**-4.24**	**-5.93**
2009	0.98	-0.34	-0.38	-0.04	-0.92	-1.22	1.13	0.75	-0.13	0.34	-0.26	-0.91
2010	0.08	-1.33	-0.83	0.08	-1.25	-0.87	0.36	-0.58	-1.16	0.36	-0.57	-1.53
All	-1.74	-1.80	**-2.40**	**-2.33**	**-2.58**	**-2.72**	-1.31	-2.17	**-2.59**	-1.77	**-2.70**	**-3.18**

Les problèmes reliés à la période de 2004 sur l'indice S&P TSX 60 se sont dissipés en partie en augmentant la taille de nos fenêtres roulantes à l'exception du niveau de 1%. Le seul résultat robuste que nous constatons à 1% provient de la VaR avec un ajustement quotidien.

Les périodes de 2007 et de 2008 demeurent difficiles à bien mesurer par la méthodologie, alors que de 2009 à 2010 nous obtenons encore une fois des résultats qui ne violent pas le niveau de confiance.

De manière générale, la VaR ou la CVaR ne semble pas posséder un net avantage lorsque nous les comparons l'une par rapport à l'autre pour cet indice, mais la taille de la fenêtre utilisée a son importance. Cette constatation est également vraie pour la méthodologie précédente où les résultats sont généralement similaires.

Ces mêmes résultats sont encore une fois offerts pour l'indice S&P TSX Venture avec tout d'abord des fenêtres roulantes de 250 jours au sein de la prochaine page de ce mémoire :

Tableau 24: Tests rétroactifs - S&P TSX Venture Johnson GARCH 1 jour fenêtre 250 jours

S&P TSX Venture												
Méthodologie : Johnson avec moments estimés GARCH – Fenêtre de 250 jours												
Année	VaR à 1 jour						CVaR à 1 jour					
	Ajustement quotidien			Ajustement réglementaire			Ajustement quotidien			Ajustement réglementaire		
	0.1%	**1%**	**5%**	**0.1%**	**1%**	**5%**	**0.1%**	**1%**	**5%**	**0.1%**	**1%**	**5%**
2003	-1.16	1.35	**2.47**	-1.28	0.72	2.09	-0.54	-0.19	1.80	-0.63	-0.67	1.43
2004	**-2.94**	-1.55	-0.50	-2.00	**-2.62**	-0.63	-1.93	**-2.88**	-1.55	-1.20	**-2.99**	-2.15
2005	-0.32	-1.04	-1.50	-0.56	-1.29	-1.72	0.12	-0.93	-1.56	-0.07	-0.94	-2.07
2006	**-3.50**	**-4.83**	**-2.46**	**-2.93**	**-4.76**	**-5.27**	**-2.37**	**-4.99**	**-5.55**	-1.92	**-5.15**	**-7.09**
2007	-1.47	**-2.78**	**-4.46**	-1.79	**-2.93**	**-4.42**	-0.78	**-2.54**	**-4.51**	-1.03	**-3.72**	**-4.71**
2008	-1.60	**-4.74**	**-3.11**	**-4.21**	**-10.98**	**-2.87**	-0.88	**-3.75**	**-4.43**	**-2.92**	**-8.80**	**-6.83**
2009	0.33	-0.19	0.95	-0.47	-1.11	0.90	0.62	0.38	-0.25	0.00	-1.42	-1.18
2010	-0.27	**-2.86**	-1.42	-1.05	**-3.27**	**-2.52**	0.08	-1.63	**-2.74**	-0.53	**-2.55**	**-4.24**
All	**-2.34**	**-2.68**	-1.07	**-3.79**	**-3.69**	-1.89	-2.14	**-3.22**	**-2.82**	**-2.71**	**-4.44**	**-3.92**

Encore une fois pour cet indice, l'année 2004 à 1% semble vouloir poser des problèmes. D'autre part, nous remarquons à nouveau que le marché des titres de croissance est plus instable à partir de 2006 ce qui rend son évaluation de risque plus ardue de 2006 à 2008. Les difficultés connues sur le marché de croissance de Vancouver en 2006 causent des problèmes à l'évaluation du risque de l'indice S&P TSX Venture pour la plupart des méthodologies jusqu'à présent.

L'un des principaux avantages que nous avons mentionné lors de l'utilisation de GARCH, soit sa capacité d'ajustement rapide, fait encore une fois en sorte que les années de 2009 à 2010 sont robustes et que le risque est bien évalué. Nous constatons cependant un léger avantage pour la CVaR en 2010 alors que les résultats sont robustes contrairement à la VaR au niveau de 1%.

Nous offrons les résultats de nos tests rétroactifs en utilisant des fenêtres de 500 jours pour l'indice S&P TSX Venture au sein de la page suivante :

Tableau 25: Tests rétroactifs - S&P TSX Venture Johnson GARCH 1 jour fenêtre 500 jours

S&P TSX Venture												
Méthodologie : Johnson avec moments estimés Garch – Fenêtre de 500 jours												
Année	VaR à 1 jour						CVaR à 1 jour					
	Ajustement quotidien			Ajustement réglementaire			Ajustement quotidien			Ajustement réglementaire		
	0.1%	**1%**	**5%**	**0.1%**	**1%**	**5%**	**0.1%**	**1%**	**5%**	**0.1%**	**1%**	**5%**
2003	-0.20	-1.38	-2.24	-0.38	-1.84	**-2.90**	-0.06	-0.81	**-2.54**	-0.20	-1.18	**-3.23**
2004	-1.68	**-3.94**	**-2.89**	-1.37	**-4.60**	-2.07	-0.94	**-3.52**	**-3.65**	-0.70	**-3.49**	**-3.64**
2005	-0.80	-1.58	-1.06	-0.30	-1.60	**-2.40**	-0.26	-1.12	-1.61	0.13	-0.83	-2.06
2006	**-4.95**	**-6.20**	**-3.52**	**-4.50**	**-9.23**	**-4.64**	**-3.50**	**-6.47**	**-6.45**	**-3.15**	**-7.90**	**-8.05**
2007	-1.86	-2.14	**-2.65**	-2.29	**-5.40**	**-4.21**	-1.09	**-2.57**	**-3.58**	-1.42	**-4.32**	**-4.77**
2008	-1.86	**-5.61**	**-3.88**	**-3.88**	**-8.39**	**-2.55**	-1.09	**-4.20**	**-4.75**	**-2.66**	**-7.35**	**-6.34**
2009	0.99	-0.12	0.79	-0.45	-2.05	0.55	1.14	0.85	0.14	0.02	-1.47	-1.26
2010	-0.16	-1.66	-0.58	0.03	-2.29	-1.34	0.18	-1.04	-1.64	0.32	-1.10	-2.19
All	-1.85	**-2.68**	-2.29	**-3.63**	**-4.13**	**-2.40**	-2.29	**-3.79**	**-3.54**	**-2.90**	**-4.97**	**-4.61**

Nous poursuivons maintenant en présentant les résultats pour nos mesures de risque à 5 jours. Lors de l'estimation des moments à cinq jours, l'algorithme semble nécessiter un plus grand nombre d'observations afin de générer des résultats significatifs. C'est pour cette raison que nous ne présentons que les résultats avec des fenêtres de 500 jours.

Les précédents tableaux démontrent de plus que les résultats sont améliorés en augmentant le nombre d'observations dans nos fenêtres roulantes.

Les prochains résultats viennent appuyer les raisons pour lesquelles nous utilisons cette méthodologie. Bien que certains résultats ne respectent pas le niveau de confiance, nous constatons une amélioration très importante par rapport à l'utilisation des moments historiques lors de la mesure du risque.

Ainsi, nous obtenons les résultats suivants pour l'indice S&P TSX 60 au sein de la page suivante :

Tableau 26: Tests rétroactifs - S&P TSX 60 Johnson GARCH 5 jours fenêtre 500 jours

S&P TSX 60												
Méthodologie : Johnson avec moments estimés GARCH - Fenêtre de 500 jours												
Année	VaR à 5 jours						CVaR à 5 jours					
	Ajustement quotidien			Ajustement 10 jours			Ajustement quotidien			Ajustement 10 jours		
	0.1%	**1%**	**5%**	**0.1%**	**1%**	**5%**	**0.1%**	**1%**	**5%**	**0.1%**	**1%**	**5%**
2003	1.05	1.81	1.91	1.05	1.81	1.91	0.91	1.77	2.31	0.91	1.77	2.31
2004	0.66	-1.55	2.22	0.50	-1.95	1.37	0.88	-0.11	0.31	0.76	-0.44	-0.20
2005	1.32	0.07	**-3.65**	1.32	0.07	**-4.59**	1.40	1.23	-1.47	1.40	1.23	-1.47
2006	1.39	0.26	-2.30	1.39	0.26	-1.60	1.45	1.38	-0.76	1.45	1.38	-1.00
2007	0.83	-1.16	0.09	0.81	-1.22	0.09	1.01	0.23	-2.28	1.00	0.18	-2.32
2008	1.45	0.42	-0.27	**-5.27**	**-16.49**	**-3.85**	1.50	1.50	1.21	**-3.75**	**-12.24**	**-14.50**
2009	1.35	0.15	**2.78**	1.31	0.05	1.17	1.42	1.29	0.77	1.39	1.21	0.69
2010	2.27	**2.46**	0.82	1.82	1.98	0.66	2.14	**3.18**	**2.58**	1.72	**2.55**	2.07
All	0.77	0.16	-0.58	**-6.10**	-0.60	-1.23	1.02	0.52	-0.63	**-4.34**	**-4.83**	**-2.92**

La période de prospérité économique que nous avons de 2003 à 2006 semble encore offrir des résultats robustes. Ce facteur nous permet de dire que de manière générale et en toute logique la mesure du risque est plus précise en période de croissance économique que lors d'une période d'incertitude.

En ajustant quotidiennement nos paramètres, nous connaissons du succès sur la presque totalité des tests. En 2008, nous constatons que l'ajustement à 10 jours ne supporte pas le krach boursier ce qui fait exploser les résultats.

Toutefois, en ajustant quotidiennement les paramètres nous obtenons des résultats conformes aux niveaux de confiance testés ce qui nous rassurent contrairement à la méthodologie précédente.

En vérifiant nos mêmes résultats pour l'indice S&P TSX Venture, nous obtenons le portrait qui suit :

Tableau 27: Tests rétroactifs - S&P TSX Venture Johnson GARCH 5 jours fenêtre 500 jours

S&P TSX Venture												
Méthodologie : Johnson avec moments estimés GARCH – Fenêtre de 500 jours												
Année	VaR à 5 jours						CVaR à 5 jours					
	Ajustement quotidien			Ajustement 10 jours			Ajustement quotidien			Ajustement 10 jours		
	0.1%	**1%**	**5%**	**0.1%**	**1%**	**5%**	**0.1%**	**1%**	**5%**	**0.1%**	**1%**	**5%**
2003	0.31	-0.05	-1.38	1.21	-0.19	**-5.46**	0.33	0.26	-0.50	1.31	1.01	-1.99
2004	1.25	-0.10	**-5.09**	0.35	**-2.34**	**-4.24**	1.34	1.09	-1.78	0.64	-0.75	**-2.58**
2005	-0.10	**-3.50**	**-7.81**	-0.10	**-3.51**	**-7.83**	0.29	-1.68	**-6.17**	0.29	-1.68	**-6.06**
2006	**-2.62**	**-9.83**	**-5.16**	**-2.42**	**-9.34**	**-5.99**	-1.68	**-6.83**	**-10.97**	-1.53	**-6.43**	**-10.59**
2007	1.35	0.15	**-3.74**	1.41	0.29	**-4.15**	1.42	1.29	-1.17	1.47	1.41	-1.06
2008	-0.01	**-3.27**	**-6.01**	-0.76	**-5.16**	**-8.16**	0.36	-1.49	**-5.22**	-0.23	**-3.03**	**-7.36**
2009	1.50	0.52	**3.64**	1.50	0.52	**3.64**	1.54	1.60	**2.44**	1.54	1.60	**2.44**
2010	-0.06	**-2.75**	**-5.17**	-0.06	**-2.75**	**-5.17**	0.25	-1.29	**-3.96**	0.25	-1.29	**-3.96**
All	**-2.61**	**-3.28**	**-5.02**	**-2.81**	**-4.16**	**-4.93**	-1.67	**-3.36**	**-4.51**	-1.77	**-4.52**	**-5.76**

Nous constatons encore ici une amélioration par rapport à la méthodologie précédente, mais de manière moins importante. La période de crise connue en 2006 sur le marché de croissance n'est pas bien capturée ce qui fait exploser les résultats.

Pour 2008, nous constatons que l'ajustement quotidien de la CVaR à 1% est conforme au niveau de confiance ce qui le distingue de la VaR au sein de cette base de données.

Nous ne retrouvons aucun problème de surestimation du risque suite au krach boursier, un autre point qui se confirme de plus en plus sous cette méthodologie. Nous y constatons de nombreux problèmes à 5% tout comme dans la méthodologie précédente ce qui nous incite à croire qu'un niveau minimal de confiance à 99% est de plus en plus essentiel. En plus d'exiger un niveau de capital réglementaire plus faible, un niveau de confiance à 95% semble être tout simplement plus difficile à mesurer précisément avec notre méthodologie.

Toujours en présentant nos résultats avec des fenêtres roulantes de 500 jours, puisque les résultats avec des fenêtres à 250 jours ne sont pas significatifs, nous

pouvons à présent jeter notre analyse sur les mesures de risque à dix jours sous cette méthodologie.

Tout d'abord, les résultats obtenus pour l'indice S&P TSX 60 se retrouvent dans le tableau suivant :

Tableau 28: Tests rétroactifs - S&P TSX 60 Johnson GARCH 10 jours fenêtre 500 jours

S&P TSX 60												
Méthodologie : Johnson avec moments estimés GARCH - Fenêtre de 500 jours												
Année	VaR à 10 jours						CVaR à 10 jours					
	Ajustement quotidien			Ajustement 10 jours			Ajustement quotidien			Ajustement 10 jours		
	0.1%	**1%**	**5%**	**0.1%**	**1%**	**5%**	**0.1%**	**1%**	**5%**	**0.1%**	**1%**	**5%**
2003	1.35	1.06	1.97	1.35	1.07	1.95	1.32	1.02	2.22	1.33	1.02	2.22
2004	0.97	-1.00	0.64	0.89	-1.00	0.35	1.03	0.36	-0.60	1.06	0.36	**-3.21**
2005	1.95	1.66	0.77	1.95	1.66	0.05	1.89	**2.53**	1.14	1.89	**2.53**	0.82
2006	1.20	-0.25	**-4.97**	1.20	-0.24	**-4.92**	1.33	0.92	-2.09	1.30	0.97	-2.06
2007	2.17	2.05	0.06	2.13	2.10	0.06	2.10	**2.71**	1.48	2.03	**2.88**	1.48
2008	-1.57	-2.18	-1.68	**-5.18**	**-9.79**	**-12.58**	-1.59	-2.29	-1.73	**-2.59**	**-4.82**	**-6.22**
2009	2.31	0.27	**3.00**	2.29	**2.52**	**4.14**	2.19	**3.31**	2.23	2.16	**3.22**	2.11
2010	**2.60**	**2.44**	0.94	**2.60**	**3.94**	**2.89**	**2.37**	**4.32**	**4.63**	**2.33**	**4.15**	**4.61**
All	**2.56**	1.29	**2.55**	**2.64**	**2.57**	**3.15**	2.07	**2.46**	**2.95**	2.26	**3.17**	**2.76**

Encore une fois ici, les résultats sont plus rassurants qu'avec l'horizon précédent. Durant la période de croissance sur laquelle nous appliquons des tests rétroactifs de 2003 à 2007, nous percevons quelques problèmes pour la CVaR à 1% en 2005 et 2007, mais les autres tests sont concluants.

En 2008, l'ajustement aux dix jours des paramètres fait en sorte que les résultats explosent, mais en ajustement quotidiennement ces paramètres nos résultats sont concluants.

Les périodes de 2009 et de 2010 ne semblent pas s'adapter correctement au sein du modèle comparativement aux deux autres horizons précédents. Il serait intéressant dans un autre travail d'augmenter la taille des fenêtres à différents niveaux afin de voir si cela pourrait corriger davantage les plus grands problèmes connus sur un horizon temporel de dix jours.

Finalement, nous présentons au sein de cette sous-section un dernier tableau concernant les résultats de l'indice S&P TSX Venture à 10 jours :

Tableau 29: Tests rétroactifs - S&P TSX Venture Johnson GARCH 10 jours fenêtre 500 jours

S&P TSX Venture												
Méthodologie : Johnson avec moments estimés GARCH – Fenêtre de 500 jours												
Année	VaR à 10 jours						CVaR à 10 jours					
	Ajustement quotidien			Ajustement 10 jours			Ajustement quotidien			Ajustement 10 jours		
	0.1%	**1%**	**5%**	**0.1%**	**1%**	**5%**	**0.1%**	**1%**	**5%**	**0.1%**	**1%**	**5%**
2003	0.21	-0.06	-1.56	0.43	-0.17	**-5.01**	0.21	-0.20	-0.45	0.45	-0.23	-1.89
2004	-0.68	-2.09	**-4.93**	-0.57	**-4.67**	**-4.92**	-0.10	-2.21	**-4.01**	-0.08	**-2.63**	**-4.77**
2005	1.47	0.49	**-3.86**	1.48	0.49	**-3.87**	1.53	1.59	-0.96	1.53	1.57	-0.96
2006	-1.12	**-5.95**	**-9.23**	-1.08	**-5.95**	**-9.73**	-0.54	**-3.67**	**-10.78**	-0.48	**-3.67**	**-10.71**
2007	0.87	-0.98	**-3.61**	0.89	-1.01	**-3.73**	1.08	0.35	**-3.19**	1.06	0.35	**-3.22**
2008	-0.03	**-3.34**	**-8.33**	-0.13	**-3.57**	**-11.32**	0.09	0.23	**5.13**	0.27	-1.73	**-7.11**
2009	1.80	1.29	**2.33**	1.80	1.29	**2.33**	1.78	0.45	0.21	1.78	2.22	0.25
2010	1.79	1.92	-0.38	1.80	1.92	-0.38	1.68	1.90	1.52	1.70	**2.50**	1.54
All	0.80	1.89	**3.74**	1.50	**2.61**	**5.31**	1.04	1.42	**2.87**	1.30	1.46	**3.61**

Lorsque nous comparons encore ces résultats à la méthodologie précédente, une amélioration est visible. Toutefois, les mêmes problèmes pour l'année 2006 sont présents. De plus, les résultats explosent fortement dans la plupart des cas au niveau de confiance de 95%.

Encore une fois ici, il serait intéressant d'augmenter la taille de nos fenêtres d'observations afin de voir l'évolution des résultats de nos tests rétroactifs. Au sein de cette méthodologie, nous sommes encore une fois incapable d'affirmer que la CVaR amène un avantage net sur la VaR.

Bien que cette présente méthodologie ne soit pas parfaite, nous constatons que l'intégration d'un algorithme afin d'estimer des moments estimés avec GARCH apporte une valeur ajoutée à nos résultats. Il semble ainsi que le choix et le perfectionnement de la méthodologie employé afin de mesurer le risque soit un élément ayant un impact beaucoup plus important sur les résultats que simplement le choix dans l'utilisation de la VaR ou de la CVaR.

Il nous est possible également encore ici de faire mention des plus grandes périodes d'instabilité sur le marché de croissance qui rend son évaluation du risque plus difficile. Les facteurs tels que la liquidité plus faible et la présence très forte de spéculateurs sur ce marché font en sorte que des chocs sont plus propices. Nous avons constaté au sein des deux premières méthodes que l'utilisation de la CVaR semble contenir un léger avantage sur cet indice, mais il nous est impossible de généraliser cette situation.

À présent, nous pouvons nous tourner vers la dernière méthodologie de notre mémoire au sein de cette dernière sous-section.

6.3 Hypothèse de la loi normale

Nous présentons maintenant les derniers résultats de nos tests rétroactifs concernant nos calculs de VaR et de CVaR en utilisant la méthodologie classique supposant des distributions normales et les deux premiers moments des distributions seulement.

La loi normale possède son lot d'utilité, mais est de plus en plus critiquée années après années tout particulièrement dans le milieu de la finance où la hausse marquée de la volatilité des différents marchés boursiers vient la rendre de moins en moins robuste.

En présentant cette section, nous pouvons entre autre constater les différences entre l'utilisation seulement de la moyenne et de l'écart type dans nos calculs et les méthodologies intégrant également le coefficient d'asymétrie et le coefficient d'aplatissement comme intrants.

Nous débutons avec un premier tableau de résultats sur cette méthodologie à 1 jour avec des fenêtres de 250 jours en utilisant l'indice S&P TSX 60 :

Tableau 30: Tests rétroactifs - S&P TSX 60 Loi normale 1 jour fenêtre 250 jours

S&P TSX 60												
Méthodologie : Loi normale – Fenêtre de 250 jours												
Année	VaR à 1 jour						CVaR à 1 jour					
	Ajustement quotidien			Ajustement 10 jours			Ajustement quotidien			Ajustement 10 jours		
	0.1%	**1%**	**5%**	**0.1%**	**1%**	**5%**	**0.1%**	**1%**	**5%**	**0.1%**	**1%**	**5%**
2003	1.37	**3.57**	**4.39**	1.40	**3.55**	**4.39**	1.43	**2.94**	**4.53**	1.46	**3.00**	**4.60**
2004	**-4.84**	**-3.96**	-0.42	**-4.84**	**-3.83**	-0.42	**-3.41**	**-5.24**	**-3.78**	**-3.41**	**-5.23**	**-3.98**
2005	-0.84	**-4.27**	-1.45	-1.01	**-4.28**	-1.65	-0.29	**-2.69**	**-2.54**	-0.42	**-2.83**	**-2.69**
2006	0.02	-1.51	-2.27	-0.01	-1.46	-2.20	0.38	-0.71	-1.71	0.35	-0.81	-1.83
2007	-1.50	**-3.22**	**-3.47**	-1.38	**-3.21**	**-3.53**	-0.81	**-2.87**	**-3.92**	-0.71	**-2.77**	**-4.01**
2008	-3.11	**-10.71**	**-10.11**	**-3.78**	**-11.03**	**-11.99**	-2.06	**-7.70**	**-11.74**	-2.58	**-8.49**	**-12.88**
2009	1.68	**3.21**	**4.81**	1.64	**3.19**	**4.83**	1.68	**3.17**	**4.60**	1.65	**3.14**	**4.58**
2010	0.26	-0.02	1.23	0.25	0.00	1.23	0.50	0.08	0.72	0.49	0.07	0.77
All	**-3.07**	**-3.46**	-1.58	**-3.60**	**-3.91**	-1.67	**-2.72**	**-4.35**	**-3.65**	**-2.98**	**-4.72**	**-3.97**

Nous constatons que dès 2003 et 2004 des difficultés se font sentir quant à la précision de nos résultats. Les résultats des tests démontrent que nous ne pouvons assurer la fiabilité de nos calculs de risque durant ces années pour l'indice. En 2005, au niveau de confiance de 99%, aucun résultat n'est robuste.

Lors de nos calculs au sein de l'année 2006, nous parvenons à assurer de bons résultats. Les résultats explosent sans surprise encore une fois en 2008 de manière importante. Les résultats démontrent que c'est en utilisant la présente méthodologie que nous obtenons les pires résultats pour l'année 2008.

Le choix d'utilisation de la VaR ou de la CVaR n'améliore pas les résultats de manière significative lorsque nous les comparons au sein du tableau. La méthodologie est dans son ensemble très faiblement robuste. Ces premiers résultats sont conformes à nos attentes et ne causent ainsi aucune surprise au sein de notre analyse.

Afin de poursuivre, nous présentons les résultats sur le même indice, mais en utilisant des fenêtres mobiles de 500 jours :

Tableau 31: Tests rétroactifs - S&P TSX 60 Loi normale 1 jour fenêtre 500 jours

S&P TSX 60												
Méthodologie : Loi normale – Fenêtre de 500 jours												
Année	VaR à 1 jour						CVaR à 1 jour					
	Ajustement quotidien			Ajustement 10 jours			Ajustement quotidien			Ajustement 10 jours		
	0.1%	**1%**	**5%**	**0.1%**	**1%**	**5%**	**0.1%**	**1%**	**5%**	**0.1%**	**1%**	**5%**
2003	0.90	1.39	1.36	0.90	1.40	1.38	0.80	1.44	1.65	0.80	1.45	1.67
2004	-1.72	1.10	**2.48**	-1.72	1.09	**2.55**	-0.97	-0.35	1.58	-0.97	-0.38	1.56
2005	-0.38	**-2.80**	-0.88	-0.42	**-2.86**	-0.99	0.07	-1.53	-1.58	0.03	-1.58	-1.64
2006	-0.22	**-2.83**	**-3.94**	-0.28	**-2.79**	**-3.88**	0.20	-1.51	**-3.12**	0.15	-1.54	**-3.22**
2007	-1.08	**-3.19**	**-4.36**	-1.09	**-2.97**	**-4.48**	-0.48	**-2.77**	**-4.09**	-0.49	**-2.70**	**-4.14**
2008	**-5.18**	**-14.46**	**-15.50**	**-5.76**	**-15.42**	**-16.09**	**-3.68**	**-11.35**	**-17.71**	**-4.13**	**-12.08**	**-18.91**
2009	0.48	1.04	**2.38**	0.44	1.00	**2.38**	0.74	1.15	1.64	0.71	1.08	1.58
2010	**2.32**	**4.34**	**5.49**	**2.32**	**4.34**	**5.50**	2.11	**4.02**	**5.64**	2.11	**4.02**	**5.63**
All	**-4.75**	**-5.30**	**-2.74**	**-4.91**	**-5.66**	**-2.87**	**-3.54**	**-6.55**	**-5.57**	**-3.80**	**-7.09**	**-5.91**

Nous constatons que pour nos premières années testées une amélioration se fait lors de l'augmentation de la taille de nos fenêtres roulantes. Cependant, pour les années qui suivent et particulièrement en 2008, les résultats s'aggravent.

Également, les résultats explosent en 2010 contrairement au précédent tableau à cause de l'effet du krach boursier de 2008 présent plus longtemps au sein des fenêtres d'observations.

Sur l'ensemble des résultats, la méthodologie n'assure pas une grande qualité des résultats sur l'indice S&P TSX 60. Nous nous tournons à présent vers l'indice S&P TSX Venture. Les précédentes sections semblent vouloir confirmer qu'il est plus difficile d'évaluer le risque pour ce marché de croissance et la présente méthodologie permet à nouveau cette constatation.

Ainsi, pour nos calculs de VaR et de CVaR à 1 jour avec les fenêtres de 250 jours en utilisant l'indice S&P TSX Venture, nous obtenons le tableau de la page suivante :

Tableau 32: Tests rétroactifs - S&P TSX Venture Loi normale 1 jour fenêtre 250 jours

S&P TSX Venture												
Méthodologie : Loi normale – Fenêtre de 250 jours												
Année	VaR à 1 jour						CVaR à 1 jour					
	Ajustement quotidien			Ajustement 10 jours			Ajustement quotidien			Ajustement 10 jours		
	0.1%	**1%**	**5%**	**0.1%**	**1%**	**5%**	**0.1%**	**1%**	**5%**	**0.1%**	**1%**	**5%**
2003	**-2.76**	0.85	**2.77**	**-2.88**	0.81	**2.78**	-1.79	-1.47	1.60	-1.89	-1.58	1.55
2004	**-2.56**	**-5.76**	**-3.01**	**-2.56**	**-6.47**	**-2.89**	-1.63	**-5.34**	**-4.94**	-1.63	**-5.50**	**-5.21**
2005	-0.13	-1.15	-1.69	-0.06	-1.16	-1.91	0.26	-0.54	-1.50	0.32	-0.49	-1.61
2006	**-6.95**	**-9.49**	**-6.78**	**-7.18**	**-11.24**	**-6.79**	**-5.06**	**-12.27**	**-11.41**	**-5.25**	**-13.17**	**-12.36**
2007	**-6.11**	**-5.58**	**-3.25**	**-6.44**	**-5.59**	**-4.12**	**-4.41**	**-7.01**	**-5.84**	**-4.66**	**-7.23**	**-6.20**
2008	**-7.59**	**-16.42**	**-5.31**	**-8.87**	**-16.86**	**-5.38**	**-5.56**	**-13.97**	**-12.63**	**-6.56**	**-15.07**	**-13.60**
2009	1.81	**3.81**	**5.19**	1.86	**3.74**	**5.40**	1.78	**3.25**	**5.18**	1.82	**3.26**	**5.22**
2010	-1.00	**-3.85**	-1.37	-1.21	**-3.84**	-1.59	-0.49	**-2.75**	**-3.44**	-0.66	**-2.96**	**-3.63**
All	**-6.70**	**-4.95**	-1.86	**-6.99**	**-5.64**	-2.05	**-5.30**	**-8.03**	**-5.44**	**-5.89**	**-8.59**	**-5.87**

Ces résultats sont majoritairement mauvais. L'utilisation de la loi normale sur le présent indice n'offre que très peu de crédibilité tout au long de nos calculs de mesures de risque avec des fenêtres roulantes de 250 jours.

Nous constatons que nous avons des résultats encore plus médiocres qu'avec le précédent indice. La différence est plus importante qu'avec nos deux méthodologies précédentes ce qui nous permet de croire que le retrait des troisième et quatrième moments en est la principale cause.

Le fait de fixer le coefficient d'asymétrie à 0 et le coefficient d'aplatissement à 3 est une hypothèse beaucoup trop forte pour les distributions financières que nous avons. La section sur les statistiques descriptives démontre que ces deux coefficients évoluent souvent de manière importante.

Pour le précédent indice, nous ne voyons qu'une très faible amélioration lorsque nous augmentons la taille de nos fenêtres d'observations. Les résultats des tests rétroactifs sur l'indice S&P TSX Venture, mais en utilisant des fenêtres de 500 jours se retrouvent dans le tableau suivant :

Tableau 33: Tests rétroactifs - S&P TSX Venture Loi normale 1 jour fenêtre 500 jours

S&P TSX Venture												
Méthodologie : Loi normale – Fenêtre de 500 jours												
Année	VaR à 1 jour						CVaR à 1 jour					
	Ajustement quotidien			Ajustement 10 jours			Ajustement quotidien			Ajustement 10 jours		
	0.1%	**1%**	**5%**	**0.1%**	**1%**	**5%**	**0.1%**	**1%**	**5%**	**0.1%**	**1%**	**5%**
2003	-0.55	-2.25	**-3.36**	-0.56	-2.28	**-3.40**	-0.33	-1.52	**-3.86**	-0.34	-1.54	**-3.91**
2004	-2.24	**-5.17**	-1.88	-2.24	**-5.68**	-1.96	-1.38	**-4.57**	**-4.43**	-1.38	**-4.71**	**-4.56**
2005	-0.59	-1.12	**-2.98**	-0.56	-1.14	**-3.00**	-0.10	-1.18	-2.26	-0.07	-1.16	-2.32
2006	**-7.82**	**-9.80**	**-7.94**	**-8.24**	**-10.92**	**-7.94**	**-5.74**	**-13.08**	**-12.87**	**-6.07**	**-13.74**	**-13.53**
2007	**-5.71**	**-5.17**	**-3.23**	**-5.85**	**-5.18**	**-3.57**	**-4.09**	**-7.29**	**-6.34**	**-4.21**	**-7.40**	**-6.48**
2008	**-9.25**	**-16.74**	**-9.66**	**-10.02**	**-16.82**	**-9.85**	**-6.86**	**-15.13**	**-15.60**	**-7.46**	**-15.71**	**-16.23**
2009	2.16	**3.20**	**4.73**	2.18	**3.19**	**4.77**	2.05	**3.40**	**4.56**	2.07	**3.40**	**4.57**
2010	1.23	1.00	**3.77**	1.20	1.00	**3.75**	1.25	1.49	**2.87**	1.23	1.47	**2.84**
All	**-7.57**	**-6.06**	**-2.59**	**-7.93**	**-6.13**	**-2.95**	**-6.28**	**-9.13**	**-6.91**	**-6.75**	**-9.48**	**-7.24**

Les résultats sont encore de piètre qualité à partir de 2006 et ne possèdent plus aucune crédibilité lors de l'année 2008. L'ensemble de ces résultats ne nous surprend guère et confirme l'utilité de développer des méthodes d'évaluation du risque plus précises que celle-ci. La force d'une méthodologie est évidemment sa capacité à refléter le plus précisément possible la distribution observée. La qualité des hypothèses que nous posons sur une méthodologie affecte habituellement la qualité des résultats.

Pour un horizon temporel de cinq jours et des fenêtres de 250 jours, les résultats pour l'indice S&P TSX 60 ne possèdent toujours pas plus de rigueur. La transition d'horizon temporel au sein de notre présente méthodologie est mise en doute solidement et les résultats de nos tests rétroactifs vont ainsi dans la même direction que nos attentes.

L'utilisation de la CVaR vient améliorer les résultats à 1% pour les années 2005 et 2006 si nous les comparons aux mêmes résultats pour la VaR. Dans les autres cas, les résultats demeurent très peu robustes tout comme pour nos calculs à 1 jour comme le tableau suivant le démontre :

Tableau 34 : Tests rétroactifs – S&P TSX 60 Loi normale 5 jours fenêtre 250 jours

S&P TSX 60												
Méthodologie : Loi normale – Fenêtre de 250 jours												
Année	VaR à 5 jours						CvaR à 5 jours					
	Ajustement quotidien			Ajustement 10 jours			Ajustement quotidien			Ajustement 10 jours		
	0.1%	**1%**	**5%**	**0.1%**	**1%**	**5%**	**0.1%**	**1%**	**5%**	**0.1%**	**1%**	**5%**
2002	1.07	1.88	2.03	1.09	1.92	2.10	0.93	1.82	**2.42**	0.94	1.85	**2.47**
2003	**2.78**	**3.73**	**5.31**	**2.78**	**3.73**	**6.47**	**2.53**	**4.21**	**5.54**	**2.53**	**4.21**	**5.59**
2004	-1.14	**-6.06**	**-3.50**	-1.12	**-6.00**	**-3.61**	-0.53	**-3.82**	**-4.05**	-0.51	**-3.76**	**-4.03**
2005	0.10	**-2.98**	**-4.17**	0.10	**-2.99**	**-4.19**	0.45	-1.26	**-4.43**	0.45	-1.26	**-4.41**
2006	0.04	**-3.13**	-2.17	0.10	**-2.98**	-2.17	0.40	-1.38	**-5.89**	0.45	-1.25	**-5.77**
2007	-0.78	**-5.22**	-1.80	-0.67	**-4.93**	-2.25	-0.25	**-3.07**	**-9.12**	-0.16	**-2.84**	**-8.89**
2008	**-3.72**	**-12.60**	**-8.63**	**-3.91**	**-13.08**	**-8.92**	**-2.54**	**-9.09**	**-14.94**	**-2.69**	**-9.48**	**-15.62**
2009	**2.85**	**3.93**	**5.29**	**2.85**	**3.93**	**5.29**	**2.59**	**4.36**	**5.67**	**2.59**	**4.37**	**5.60**
2010	1.02	-0.67	**-4.23**	0.82	-0.54	**-3.40**	1.16	0.62	-2.32	0.93	0.50	-1.86
All	**-3.72**	**-4.97**	**-2.94**	**-3.90**	**-4.79**	**-2.94**	**-2.54**	**-6.04**	**-5.73**	**-2.68**	**-6.20**	**-5.80**

Les tests rétroactifs pour l'indice S&P TSX Venture avec un horizon temporel de 5 jours et des fenêtres de 250 jours sont présentés au sein du tableau suivant :

Tableau 35 : Tests rétroactifs – S&P TSX Venture Loi normale 5 jours fenêtre 250 jours

S&P TSX Venture												
Méthodologie : Loi normale – Fenêtre de 250 jours												
Année	VaR à 5 jours						CvaR à 5 jours					
	Ajustement quotidien			Ajustement 10 jours			Ajustement quotidien			Ajustement 10 jours		
	0.1%	**1%**	**5%**	**0.1%**	**1%**	**5%**	**0.1%**	**1%**	**5%**	**0.1%**	**1%**	**5%**
2002	1.65	**3.33**	**4.59**	1.65	**3.33**	**4.59**	1.38	**3.00**	**4.61**	1.38	**3.00**	**4.61**
2003	0.40	-2.23	**4.27**	0.40	-2.23	**4.27**	0.68	-0.65	-0.16	0.68	-0.65	-0.16
2004	0.07	**-3.08**	**-5.07**	-0.27	**-3.92**	**-4.74**	0.42	-1.34	**-4.50**	0.15	-2.03	**-4.53**
2005	-0.32	**-4.04**	**-4.42**	-0.32	**-4.04**	**-4.42**	0.12	-2.11	**-5.36**	0.12	-2.11	**-5.36**
2006	**-8.13**	**-23.69**	-1.87	**-6.61**	**-19.86**	-1.87	**-5.99**	**-18.11**	**-23.84**	**-4.80**	**-14.99**	**-20.93**
2007	-0.51	**-4.54**	**-5.99**	-0.52	**-4.54**	**-6.00**	-0.04	**-2.52**	**-7.18**	-0.04	**-2.52**	**-7.91**
2008	**-4.85**	**-15.38**	**-14.96**	**-5.27**	**-16.42**	**-15.02**	**-3.43**	**-11.40**	**-16.46**	**-3.75**	**-12.26**	**-17.04**
2009	**3.36**	**5.20**	**8.60**	**3.36**	**5.21**	**8.62**	**2.99**	**5.40**	**7.65**	**2.99**	**5.41**	**7.66**
2010	**-2.90**	**-10.53**	**-7.53**	**-2.33**	**-8.46**	**-6.05**	-1.90	**-7.40**	**-10.89**	-1.53	**-5.94**	**-8.75**
All	**-8.13**	**-7.12**	**-3.89**	**-3.90**	**-4.79**	**-2.94**	**-5.99**	**-10.53**	**-8.88**	**-2.68**	**-6.20**	**-5.80**

Nous retrouvons des résultats non robustes sur la plupart des périodes d'observations encore ici comme nous nous y attendions. Le principal élément à souligner encore ici est l'avantage de l'utilisation de la CVaR à 1% pour les années 2004 et 2005 si nous la comparons avec la VaR. De manière générale, aucune surprise ne surgit et les résultats sont conformes à nos faibles attentes concernant la méthodologie.

Les mêmes résultats à 5 jours utilisant cependant des fenêtres mobiles de 500 jours pour nos deux indices utilisés présentent des portraits similaires et c'est pour cette raison que nous ne les intégrons pas au cœur même de ce mémoire tout comme ceux obtenus avec la méthodologie de Johnson employant des moments historiques. Nous les avons ajoutés au sein de l'Appendice D.

Les conversions de nos mesures de risque à 10 jours sont également faites en utilisant cette méthodologie. Les tableaux pour ces résultats à 10 jours avec des fenêtres de 250 jours sont présentés dans les deux tableaux qui suivent et vont dans la même voie que les résultats à un et à cinq jours.

Dans l'ordre habituel nous présentons tout d'abord les résultats pour les tests rétroactifs réalisés sur l'indice S&P TSX 60 :

Tableau 36: Tests rétroactifs - S&P TSX 60 Loi normale 10 jours fenêtre 250 jours

S&P TSX 60												
Méthodologie : Loi normale – Fenêtre de 250 jours												
Année	VaR à 10 jours						CVaR à 10 jours					
	Ajustement quotidien			Ajustement 10 jours			Ajustement quotidien			Ajustement 10 jours		
	0.1%	**1%**	**5%**	**0.1%**	**1%**	**5%**	**0.1%**	**1%**	**5%**	**0.1%**	**1%**	**5%**
2003	**3.55**	**5.52**	**7.34**	**3.55**	**5.69**	**7.36**	**3.14**	**5.80**	**6.91**	**3.14**	**5.80**	**6.91**
2004	**-2.77**	**-10.18**	**-7.62**	**-2.75**	**-10.16**	**-7.62**	-1.78	**-7.11**	**-17.14**	-1.78	**-7.09**	**-17.09**
2005	0.52	-1.67	**-2.89**	0.62	-1.68	**-2.89**	0.85	-0.20	**-4.24**	0.85	-0.20	**-4.24**
2006	-0.77	**-5.31**	**-9.99**	-0.82	**-5.31**	**-10.00**	-0.30	**-3.18**	**-9.77**	-0.28	**-3.15**	**-9.73**
2007	0.59	-1.87	**-8.00**	0.55	-1.85	**-8.01**	0.78	-0.33	**-4.76**	0.80	-0.34	**-4.50**
2008	**-3.61**	**-10.89**	**-16.54**	**-3.84**	**-12.91**	**-17.60**	**-2.57**	**-9.30**	**-20.86**	**-2.64**	**-9.33**	**-21.24**
2009	**2.99**	**4.28**	**6.13**	**2.99**	**4.28**	**6.13**	**2.70**	**4.65**	**4.78**	**2.70**	**4.65**	**4.79**
2010	**2.87**	**3.95**	1.90	**2.85**	**3.93**	1.87	**2.65**	**4.39**	**4.57**	**2.59**	**4.37**	**4.25**
All	**-3.48**	**-8.97**	**-5.23**	**-3.83**	**-9.00**	**-5.70**	**-2.61**	**-8.23**	**-8.13**	**-2.63**	**-8.19**	**-8.16**

Ces résultats ne sont pas robustes et amènent les mêmes conclusions que les précédents. L'utilisation de cette méthodologie est la moins efficace employée au sein de ce mémoire.

La conversion du risque à 1 jour sur différents horizons temporels est encore une fois complexe et ne semble pas se faire sans affaiblir la présente méthodologie utilisée. Cette constatation est conforme à nos attentes.

Pour terminer notre présentation des résultats concernant nos tests rétroactifs, voici le tableau à 10 jours pour l'indice S&P TSX Venture :

Tableau 37: Tests rétroactifs - S&P TSX Venture Loi normale 10 jours fenêtre 250 jours

S&P TSX Venture												
Méthodologie : Loi normale – Fenêtre de 250 jours												
Année	VaR à 10 jours						CVaR à 10 jours					
	Ajustement quotidien			Ajustement 10 jours			Ajustement quotidien			Ajustement 10 jours		
	0.1%	**1%**	**5%**	**0.1%**	**1%**	**5%**	**0.1%**	**1%**	**5%**	**0.1%**	**1%**	**5%**
2003	2.28	**2.60**	**4.03**	**2.35**	**2.67**	**4.10**	2.20	**3.33**	2.32	2.21	**3.35**	**2.35**
2004	-0.53	**-4.68**	**-5.90**	-0.58	**-4.70**	**-5.93**	-0.07	**-2.64**	**-8.77**	-0.09	**-2.65**	**-8.81**
2005	2.29	**2.59**	0.31	**2.33**	**2.62**	0.33	2.16	**3.14**	2.31	2.19	**3.30**	2.27
2006	-2.23	**-8.83**	**-13.39**	-2.26	**-8.93**	**-13.53**	-1.37	**-6.09**	**-14.92**	-1.40	**-6.09**	**-15.21**
2007	-2.15	**-8.70**	**-8.59**	-2.17	**-8.70**	**-8.59**	-1.32	**-5.92**	**-14.86**	-1.33	**-5.91**	**-14.86**
2008	**-3.52**	**-9.97**	**-12.83**	**-3.53**	**-12.13**	**-14.17**	-2.04	**-8.02**	**-20.06**	**-2.39**	**-8.70**	**-20.06**
2009	**3.53**	**6.25**	**8.33**	**3.78**	**6.25**	**8.34**	**3.31**	**6.25**	**7.74**	**3.31**	**6.26**	**7.77**
2010	1.29	0.76	-2.26	1.34	0.76	-2.28	1.32	1.56	-0.19	1.34	1.56	-0.21
All	**-3.47**	**-8.29**	**-5.82**	**-3.52**	**-8.83**	**-5.93**	-2.31	**-7.25**	**-7.83**	**-2.39**	**-7.38**	**-7.89**

Vous retrouvez également au sein de l'Appendice D les tableaux correspondants pour nos calculs de risque à 10 jours en utilisant des fenêtres mobiles de 500 jours. Les résultats sont encore très similaires et n'affectent pas les conclusions que nous tirons concernant cette méthodologie.

En aucun moment au cours de ce travail nous sommes en mesure de justifier la présente méthodologie plutôt que l'une des précédentes. Que ce soit pour calculer le risque à 1 jour, 5 jours ou 10 jours, l'utilisation de l'hypothèse de la loi normale sous performe les autres mesures employées.

Cette constatation est encore plus vraie lorsque nous voulons estimer le risque présent sur le marché des titres à petite capitalisation et est en ligne avec nos prévisions.

Cette section nous permet de justifier l'utilisation des troisième et quatrième moments dans les mesures du risque tout particulièrement dans le cas où les marchés deviennent volatiles puisque leur oubli volontaire au sein de cette section offre des résultats très peu fiables.

Également, nous pouvons affirmer que de poser simplement comme hypothèse que les différents marchés boursiers suivent une loi normale néglige de nombreux risques.

7. Conclusion

Ce présent travail de recherche s'est attardé à de nombreux éléments entrant en ligne de compte lors de la conception et de l'évaluation d'une mesure de risque en finance.

Au cours des différentes sections, nous avons étudié la performance de différentes méthodologies utilisées afin de mesurer la VaR et la CVaR. Nous avons de cette manière pu constater que parmi nos différentes méthodologies, l'approche utilisant la loi normale est la moins précise et ce sans aucune surprise.

Également, nous avons été en mesure de démontrer la plus-value d'utiliser des moments estimés par GARCH lors de l'utilisation de la méthodologie de Johnson. Nos résultats sont particulièrement intéressants lorsque nous changeons d'horizon temporel puisque l'utilisation de GARCH accentue son avantage sur l'utilisation de simples moments historiques.

Toutefois, il est important de noter que le nombre d'observations à utiliser doit être à considérer de manière plus importante lorsque nous employons la méthodologie employant GARCH. Un nombre trop faible d'observations peut résulter en une incapacité de l'algorithme à converger de manière significative.

L'utilisation de la méthodologie de Johnson avec moments historiques parvient à mieux mesurer le risque que la loi normale de manière générale. Ces résultats sont cohérents avec la littérature et démontrent la pertinence d'en faire l'emploi plutôt que la loi normale.

La rapidité avec laquelle varient les marchés financiers et l'incertitude qui y règne depuis quelques années justifient fortement les banques à mesurer constamment leur risque. Notre analyse permet de voir l'impact de l'utilisation d'une méthodologie dynamique tous les jours ou tous les dix jours nous a permis d'aller dans cette direction. Le calcul de capital réglementaire exigé peut varier de manière très significative en période de crise.

La comparaison de nos résultats sur un indice de croissance et un indice de titres canadiens fortement capitalisés amène certaines conclusions intéressantes. Nous croyons ainsi que le calcul de risque sur des titres à faible capitalisation est particulièrement plus complexe que des titres à grande capitalisation. Le choix de la méthodologie est ainsi encore plus importante vu l'instabilité plus constante de ce type de titres.

Il est cependant important de mentionner qu'en période de crise économique, le type de titres ne semble plus être un facteur puisque le risque explose de manière générale. Il devient de cette façon très avantageux pour les instances de réglementation d'exiger l'utilisation des quatre premiers moments de la distribution tout particulièrement en période de récession, mais également de manière générale selon les produits financiers mesurés.

En ce qui a trait à savoir si oui ou non la CVaR possède un avantage sur la VaR lors de l'utilisation de la distribution de Johnson, notre conclusion ne peut aller complétement que dans un sens. À certains moments, nous avons pu constater un avantage intéressant de la CVaR sur la VaR, tout particulièrement sur l'indice S&P TSX Venture, mais ce n'est pas ce qui ressort principalement de notre travail de recherche.

Nous pouvons affirmer plutôt que le choix de la méthodologie utilisée a un impact beaucoup plus important sur la qualité de nos résultats que le choix entre la VaR et la CVaR lorsque la méthodologie est établie.

Afin de maintenir un système financier stable, la réglementation doit poursuivre à favoriser des mesures de sécurité plus macros tel que le filet de sécurité dont nous avons discuté en introduction et également à valoriser le développement et le perfectionnement des divisions de gestion des risques au sein des institutions financières.

De telles décisions permettront aux banques de participer, chacune à leur manière, à l'avancement dans le secteur de la gestion des risques. Étant donné la

croissance économique mondiale très lente prévue pour les prochaines années, le système financier se doit d'être de plus en plus robuste et prêt à toute éventualité.

Suite à ce présent mémoire, nous croyons qu'il serait intéressant de s'attarder davantage aux différentes manières de convertir nos données à 1 jour sur différents horizons temporels. Cette étape dans l'évaluation du risque joue un rôle majeur comme nos résultats l'ont démontré.

Également, nous pensons que la construction d'un portefeuille actif et qui varie dans le temps peut être très intéressant à étudier en utilisant les présentes méthodologies utilisées.

Appendice A : Preuve mathématique de la sous-additivité

Acerbi et Al. (2002) offrent une preuve mathématique du respect de la condition de sous-additivité qui favorise la présente mesure de risque. Nous vous présentons celle-ci dans les lignes suivantes. Si l'on utilise une fonction indicatrice :

$$\mathbf{1}_A(a) = \mathbf{1}_A = \begin{Bmatrix} 1, & a \epsilon A \\ 0, & sinon \end{Bmatrix},$$

pour $x \in \mathbb{R}$,

$$\mathbf{1}^{(\alpha)}_{\{X \leq x\}} = \begin{cases} \mathbf{1}_{\{X \leq x\}}, & si\ P[X = x] = 0, \\ \mathbf{1}_{\{X \leq x\}} + \dfrac{\alpha - P[X < x]}{P[X < x]} \mathbf{1}_{\{X = x\}}, & si\ P[X = x] > 0\ . \end{cases}$$

X est le profit ou la perte aléatoire de l'actif ou d'un portefeuille. Nous pouvons démontrer que :

$$\mathbf{1}^{(\alpha)}_{\{X \leq x_{(\propto)}\}} \epsilon [0,1],$$

$$E\left[\mathbf{1}^{(\alpha)}_{\{X \leq x_{(\propto)}\}}\right] = \propto,$$

et

$$\propto^{-1} E\left[X \mathbf{1}^{(\alpha)}_{\{X \leq x_{(\propto)}\}}\right] = \bar{x}_{(\propto)}.$$

À partir de cette fonction indicatrice, nous pouvons écrire la CVaR comme suit :

$$ES^{\alpha}(X) = -\frac{1}{\alpha} E\left[X \mathbf{1}^{(\alpha)}_{\{X \leq x_{(\propto)}\}}\right].$$

Si l'on réécrit la propriété de sous-additivité pour la CVaR avec deux variables aléatoires X et Y avec $E[X^-] < \infty$ et $E[Y^-] < \infty$:

$$ES^{\alpha}(X + Y) \leq ES^{\alpha}(X) + ES^{\alpha}(Y),$$

pour n'importe quelle valeur de $\alpha \epsilon [0,1]$. Ils démontrent cette preuve en définissant Z = X + Y et en détaillant la démarche mathématique suivante :

$$\propto \left(ES^{\propto}(X) + ES^{\propto}(Y) - ES^{\alpha}(Z)\right) = \boldsymbol{E}\left[Z \mathbf{1}^{(\propto)}_{\{Z \leq z(\alpha)\}} - X \mathbf{1}^{(\propto)}_{\{X \leq x(\alpha)\}} - Y \mathbf{1}^{(\propto)}_{\{Y \leq y(\alpha)\}}\right],$$
$$= \boldsymbol{E}\left[X\left(\mathbf{1}^{(\propto)}_{\{Z \leq z(\alpha)\}} - X \mathbf{1}^{(\propto)}_{\{X \leq x(\alpha)\}}\right) + Y\left(\mathbf{1}^{(\propto)}_{\{Z \leq z(\alpha)\}} - \mathbf{1}^{(\propto)}_{\{Y \leq y(\alpha)\}}\right)\right],$$

$$\geq x_{(\propto)}\boldsymbol{E}\left[\mathbf{1}^{(\propto)}_{\{Z\leq z(\alpha)\}} - \mathbf{1}^{(\propto)}_{\{X\leq x(\alpha)\}}\right] + y\boldsymbol{E}\left[\mathbf{1}^{(\propto)}_{\{Z\leq z(\alpha)\}} - \mathbf{1}^{(\propto)}_{\{Y\leq y(\alpha)\}}\right],$$

$$= x_{(\alpha)}(\alpha - \alpha) + y_{(\alpha)}(\alpha - \alpha) = 0,$$

ce qui prouve la sous-additivité de la CVaR. Dans l'inégalité ci-haut, ils utilisent le fait que :

$$\begin{Bmatrix}\mathbf{1}^{(\propto)}_{\{Z\leq z(\alpha)\}} - X\mathbf{1}^{(\propto)}_{\{X\leq x(\alpha)\}} \geq 0 \text{ si } X \geq x_{(\propto)} \\ \mathbf{1}^{(\propto)}_{\{Z\leq z(\alpha)\}} - X\mathbf{1}^{(\propto)}_{\{X\leq x(\alpha)\}} \leq 0 \text{ si } X \leq x_{(\propto)}\end{Bmatrix}.$$

Cette preuve fait en sorte que la valeur à risque conditionnelle permettrait d'offrir une évaluation plus précise du risque que la valeur à risque elle-même étant donné qu'elle respecte l'ensemble des critères correspondant à une bonne mesure de risque.

Appendice B : Espérances conditionnelles partielles Johnson

Les calculs qui suivent proviennent de l'article de Simonato (2010). Ceux-ci constituent une étape importante au sein de la méthodologie.

B.1 La famille log-normale

En utilisant la fonction $g^{-1}(.)$ et l'expression pour la densité normale standard associée à la famille log-normale, nous obtenons :

$$EP_J\left[z|z<k_J\right] = c\int_{-\infty}^{K} f_N(y)\times dy + de^{-a/b}\int_{-\infty}^{K}\frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{\frac{y}{b}-\frac{y^2}{2}}dy.$$

En complétant le carré des termes de l'exponentiel, nous obtenons :

$$\frac{y}{b}-\frac{y^2}{2} = -\frac{1}{2}\left(y-\frac{1}{b}\right)^2+\frac{1}{2b^2}.$$

En substituant et en simplifiant les rendements :

$$EP_J\left[z|z<k_J\right] = c\phi_N(K) + de^{\frac{1}{2b^2}-\frac{a}{b}}\phi_N\left(K-\frac{1}{b}\right).$$

B.2 La famille non bornée

En utilisant la fonction $g^{-1}(.)$ et l'expression pour la densité normale standard associée à la famille non bornée, nous obtenons :

$$\begin{aligned} EP_J\left[z|z<k_J\right] = {} & c\int_{-\infty}^{K} f_N(y)\times dy \\ & + \frac{d}{2}\int_{-\infty}^{K} e^{\frac{y-a}{b}-\frac{y^2}{2}}\frac{1}{\sqrt{2\pi}}dy - \frac{d}{2}\int_{-\infty}^{K} e^{-\frac{y-a}{b}-\frac{y^2}{2}}\frac{1}{\sqrt{2\pi}}dy. \end{aligned}$$

Les termes au sein de l'exponentiel de la deuxième et de la troisième partie de l'équation peuvent être réécrits :

$$\frac{y-a}{b}-\frac{y^2}{2} = -\frac{a}{b}+\frac{1}{2b^2}-\frac{1}{2}\left(y-\frac{1}{b}\right)^2,$$

$$-\frac{y-a}{b}-\frac{y^2}{2} = \frac{a}{b}+\frac{1}{2b^2}-\frac{1}{2}\left(y-\frac{1}{b}\right)^2.$$

En substituant et en simplifiant les rendements :

$$EP_J\left[z|z < k_J\right] = c\phi_N(K) + \frac{d}{2}e^{-\frac{a}{b}+\frac{1}{2b^2}}\phi_N\left(K - \frac{1}{b}\right) - \frac{d}{2}e^{\frac{a}{b}+\frac{1}{2b^2}}\phi_N\left(K + \frac{1}{b}\right).$$

B.3 La famille normale

En utilisant la fonction $g^{-1}(.)$ et l'expression pour la densité normale standard associée à la famille normale, nous obtenons :

$$EP_J\left[z|z < k_J\right] = c\int_{-\infty}^{K} f_N(y) \times dy + \frac{d}{b}\int_{-\infty}^{K} y\frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{y^2}{2}} \times dy - \frac{da}{b}\int_{-\infty}^{K}\frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{y^2}{2}} \times dy,$$

ce qui nous permet d'obtenir :

$$EP_J\left[z|z < k_J\right] = c\phi_N(K) - \frac{d}{b}f_N(K) - \frac{da}{b}\phi_N(K).$$

Appendice C– Tests rétroactifs – Johnson moments historiques

Tableau 38: Tests rétroactifs - S&P TSX 60 Johnson historique 5 jours fenêtre 500 jours

S&P TSX 60												
Méthodologie : Johnson avec moments historiques - Fenêtre de 500 jours												
Année	VaR à 5 jours						CVaR à 5 jours					
	Ajustement quotidien			Ajustement 10 jours			Ajustement quotidien			Ajustement 10 jours		
	0.1%	**1%**	**5%**	**0.1%**	**1%**	**5%**	**0.1%**	**1%**	**5%**	**0.1%**	**1%**	**5%**
2003	1.24	2.24	**2.59**	1.24	2.24	**2.59**	1.06	2.14	**2.94**	1.06	2.14	**2.94**
2004	1.58	1.01	1.79	1.70	1.04	1.91	1.63	2.02	1.98	1.69	2.00	2.01
2005	0.92	-0.84	**-3.09**	0.95	-0.86	**-3.14**	1.06	0.42	-2.00	1.10	0.47	-2.04
2006	0.61	-1.58	**-2.71**	0.64	-1.62	**-2.75**	0.86	-0.14	**-3.80**	0.87	-0.15	**-3.81**
2007	0.58	-1.27	0.34	0.72	-1.42	0.36	0.79	0.01	**-3.01**	0.93	0.01	**-3.10**
2008	-0.93	**-5.21**	**-6.46**	-1.01	**-5.77**	**-6.94**	-0.30	**-3.11**	**-7.52**	-0.42	**-3.53**	**-7.80**
2009	2.28	**2.51**	**2.91**	2.28	**2.51**	**2.91**	2.12	**3.20**	**3.45**	2.15	**3.21**	**3.47**
2010	**2.65**	**4.06**	**3.47**	**2.65**	**4.06**	**3.47**	2.32	**4.21**	**4.79**	**2.36**	**4.24**	**4.80**
All	-1.17	-1.68	**-3.04**	-1.17	-1.68	**-3.04**	-0.49	**-2.62**	**-3.05**	-0.49	**-2.63**	**-3.06**

Tableau 39: Tests rétroactifs - S&P TSX Venture Johnson historique 5 jours fenêtre 500 jours

S&P TSX Venture												
Méthodologie : Johnson avec moments historiques – Fenêtre de 500 jours												
Année	VaR à 5 jours						CVaR à 5 jours					
	Ajustement quotidien			Ajustement 10 jours			Ajustement quotidien			Ajustement 10 jours		
	0.1%	**1%**	**5%**	**0.1%**	**1%**	**5%**	**0.1%**	**1%**	**5%**	**0.1%**	**1%**	**5%**
2003	0.25	-0.24	-1.78	0.25	-0.24	-1.78	0.29	0.12	-0.81	0.29	0.12	-0.81
2004	0.07	**-2.91**	**-4.22**	0.08	**-3.01**	**-4.43**	0.43	-1.29	**-3.56**	0.43	-1.29	**-3.56**
2005	-1.01	**-5.62**	**-8.26**	-1.09	**-5.98**	**-8.46**	-0.49	**-3.70**	**-8.36**	-0.49	**-3.70**	**-8.36**
2006	**-4.11**	**-14.65**	**-5.12**	**-4.79**	**-15.27**	**-5.52**	**-3.34**	**-11.26**	**-17.56**	**-3.37**	**-11.26**	**-17.56**
2007	0.13	-2.22	**-3.17**	0.39	-2.25	**-3.22**	0.62	-0.60	**-3.77**	0.67	-0.66	**-3.90**
2008	-1.93	**-8.19**	**-9.32**	-2.09	**-8.46**	**-9.83**	-1.09	**-5.54**	**-9.35**	-1.27	**-5.74**	**-9.93**
2009	**3.05**	**3.89**	**5.36**	**3.05**	**4.42**	**6.50**	**2.65**	**4.75**	**6.11**	**2.74**	**4.77**	**6.16**
2010	0.87	-0.21	0.71	0.93	-0.25	0.79	1.00	0.68	0.42	1.02	0.73	0.48
All	**-5.24**	**-6.48**	**-6.12**	**-5.56**	**-6.66**	**-6.51**	**-3.69**	**-7.92**	**-7.95**	**-3.92**	**-8.02**	**-8.06**

Tableau 40: Tests rétroactifs - S&P TSX 60 Johnson historique 10 jours fenêtre 500 jours

S&P TSX 60												
Méthodologie : Johnson avec moments historiques - Fenêtre de 500 jours												
Année	VaR à 10 jours						CVaR à 10 jours					
	Ajustement quotidien			Ajustement 10 jours			Ajustement quotidien			Ajustement 10 jours		
	0.1%	**1%**	**5%**	**0.1%**	**1%**	**5%**	**0.1%**	**1%**	**5%**	**0.1%**	**1%**	**5%**
2003	1.57	**3.07**	**4.06**	1.57	**3.07**	**4.06**	1.32	**2.81**	**4.20**	1.32	**2.81**	**4.20**
2004	1.87	1.45	1.41	1.87	1.45	1.41	1.83	**2.36**	0.50	1.83	**2.36**	0.50
2005	1.56	0.69	0.37	1.56	0.69	0.37	1.58	1.73	-0.65	1.58	1.73	-0.65
2006	0.25	**-2.62**	**-8.74**	0.25	**-2.62**	**-8.74**	0.56	-0.96	**-5.66**	0.56	-0.96	**-5.66**
2007	1.44	0.39	**-3.42**	1.44	0.39	**-3.42**	1.49	1.48	-1.11	1.49	1.48	-1.11
2008	-2.31	**-9.04**	**-14.57**	-2.31	**-9.04**	**-14.57**	-1.44	**-6.19**	**-15.38**	-1.44	**-6.19**	**-15.38**
2009	2.28	**2.49**	**5.78**	2.28	**2.49**	**5.78**	2.14	**3.19**	2.08	2.14	**3.19**	2.08
2010	**3.47**	**6.14**	**6.83**	**3.47**	**6.14**	**6.83**	**3.00**	**5.93**	**7.94**	**3.00**	**5.93**	**7.94**
All	-2.31	**-3.84**	**-3.13**	-2.31	**-3.84**	**-3.13**	-1.44	**-4.19**	**-4.91**	-1.44	**-4.19**	**-4.91**

Tableau 41: Tests rétroactifs - S&P TSX Venture Johnson historique 10 jours fenêtre 500 jours

S&P TSX Venture												
Méthodologie : Johnson avec moments historiques – Fenêtre de 500 jours												
Année	VaR à 10 jours						CVaR à 10 jours					
	Ajustement quotidien			Ajustement 10 jours			Ajustement quotidien			Ajustement 10 jours		
	0.1%	**1%**	**5%**	**0.1%**	**1%**	**5%**	**0.1%**	**1%**	**5%**	**0.1%**	**1%**	**5%**
2003	0.62	0.68	-0.17	0.62	0.68	-0.17	0.58	0.87	0.57	0.58	0.87	0.57
2004	-1.14	**-6.11**	**-6.85**	-1.14	**-6.11**	**-6.85**	-0.53	**-3.80**	**-10.94**	-0.53	**-3.80**	**-10.94**
2005	1.36	0.19	**-4.33**	1.36	0.19	**-4.33**	1.43	1.32	-1.40	1.43	1.32	-1.40
2006	**-2.84**	**-10.38**	**-16.87**	**-2.84**	**-10.38**	**-16.87**	-1.86	**-7.28**	**-17.41**	-1.86	**-7.28**	**-17.41**
2007	-0.03	**-3.31**	**-5.94**	-0.03	**-3.31**	**-5.94**	0.34	-1.52	**-6.70**	0.34	-1.52	**-6.70**
2008	**-3.16**	**-11.17**	**-16.63**	**-3.16**	**-11.17**	**-16.63**	-2.10	**-7.92**	**-18.61**	-2.10	**-7.92**	**-18.61**
2009	**3.26**	**4.96**	**5.62**	**3.26**	**4.96**	**5.62**	**2.91**	**5.20**	**5.82**	**2.91**	**5.20**	**5.82**
2010	**2.82**	**4.50**	**3.95**	**2.82**	**4.50**	**3.95**	**2.49**	**4.60**	**5.46**	**2.49**	**4.60**	**5.46**
All	**-3.16**	**-9.57**	**-8.32**	**-3.16**	**-9.57**	**-8.32**	-2.10	**-7.60**	**-10.86**	-2.10	**-7.60**	**-10.86**

Appendice D – Tests rétroactifs – Loi normale

Tableau 42: Tests rétroactifs - S&P TSX 60 Loi normale 5 jours fenêtre 500 jours

S&P TSX 60												
Méthodologie : Loi normale – Fenêtre de 500 jours												
Année	VaR à 5 jours						CVaR à 5 jours					
	Ajustement quotidien			Ajustement 10 jours			Ajustement quotidien			Ajustement 10 jours		
	0.1%	**1%**	**5%**	**0.1%**	**1%**	**5%**	**0.1%**	**1%**	**5%**	**0.1%**	**1%**	**5%**
2003	1.25	2.27	**2.64**	1.25	2.27	**2.64**	1.07	2.16	**2.98**	1.07	2.16	**2.98**
2004	1.77	1.23	**2.52**	1.77	1.23	**2.52**	1.75	2.16	**2.42**	1.75	2.16	**2.43**
2005	0.70	-1.47	**-3.93**	0.70	-1.47	**-3.93**	0.91	-0.03	**-2.73**	0.91	-0.03	**-2.73**
2006	0.39	-2.25	**-3.18**	0.39	-2.25	**-3.14**	0.67	-0.66	**-4.94**	0.67	-0.66	**-5.04**
2007	-0.30	**-3.99**	-0.79	-0.30	**-3.99**	-0.79	0.13	-2.08	**-6.43**	0.13	-2.08	**-6.41**
2008	**-6.41**	**-19.32**	**-12.82**	**-6.43**	**-19.41**	**-12.82**	**-4.64**	**-14.57**	**-22.33**	**-4.66**	**-14.63**	**-23.09**
2009	1.91	1.56	**2.35**	1.91	1.56	**2.35**	1.85	**2.43**	**2.47**	1.85	**2.44**	**2.38**
2010	**2.52**	**3.76**	**3.04**	**3.15**	**4.70**	**3.79**	**2.26**	**3.99**	**4.37**	**2.83**	**4.99**	**5.46**
All	**-6.41**	**-4.04**	**-3.61**	**-6.43**	**-4.04**	**-3.77**	**-4.64**	**-9.92**	**-7.07**	**-4.66**	**-10.33**	**-7.28**

Tableau 43: Tests rétroactifs - S&P TSX Venture Loi normale 5 jours fenêtre 500 jours

S&P TSX Venture												
Méthodologie : Loi normale – Fenêtre de 500 jours												
Année	VaR à 5 jours						CVaR à 5 jours					
	Ajustement quotidien			Ajustement 10 jours			Ajustement quotidien			Ajustement 10 jours		
	0.1%	**1%**	**5%**	**0.1%**	**1%**	**5%**	**0.1%**	**1%**	**5%**	**0.1%**	**1%**	**5%**
2003	1.74	1.15	**-3.07**	0.47	0.31	-0.82	1.73	2.10	0.05	0.46	0.56	0.01
2004	0.62	-1.65	-1.57	0.51	-1.92	-1.57	0.85	-0.19	-1.24	0.77	-0.41	-1.37
2005	-0.92	**-5.56**	**-6.86**	-0.92	**-5.56**	**-6.65**	-0.36	**-3.36**	**-6.77**	-0.36	**-3.36**	**-6.77**
2006	**-5.76**	**-17.72**	**-4.09**	**-5.70**	**-17.56**	**-4.02**	**-4.14**	**-13.25**	**-19.88**	**-4.09**	**-13.12**	**-19.75**
2007	0.12	**-2.94**	**-2.54**	0.12	**-2.94**	**-2.54**	0.45	-1.23	**-4.51**	0.45	-1.23	**-4.71**
2008	**-6.83**	**-20.30**	**-12.27**	**-7.15**	**-21.10**	**-12.35**	**-4.97**	**-15.43**	**-18.87**	**-5.22**	**-16.10**	**-19.35**
2009	**3.57**	**5.75**	**8.25**	**3.57**	**5.75**	**8.25**	**3.16**	**5.85**	**8.01**	**3.16**	**5.85**	**8.01**
2010	1.40	0.93	**3.24**	1.75	1.16	**4.05**	1.38	1.69	**2.43**	1.73	2.11	**3.03**
All	**-6.83**	**-6.68**	**-4.08**	**-8.32**	**-7.79**	**-4.69**	**-4.97**	**-11.75**	**-8.21**	**-6.07**	**-13.90**	**-9.72**

Tableau 44: Tests rétroactifs - S&P TSX 60 Loi normale 10 jours fenêtre 500 jours

S&P TSX 60												
Méthodologie : Loi normale – Fenêtre de 500 jours												
Année	VaR à 10 jours						CVaR à 10 jours					
	Ajustement quotidien			Ajustement 10 jours			Ajustement quotidien			Ajustement 10 jours		
	0.1%	**1%**	**5%**	**0.1%**	**1%**	**5%**	**0.1%**	**1%**	**5%**	**0.1%**	**1%**	**5%**
2003	1.55	**3.03**	**3.99**	1.64	**3.12**	**4.26**	1.31	**2.78**	**4.14**	1.48	**2.96**	**4.35**
2004	2.03	1.86	2.26	2.05	1.94	**2.43**	1.95	**2.68**	1.13	1.97	**2.71**	1.13
2005	1.39	0.26	0.00	1.40	0.25	0.04	1.45	1.38	-1.30	1.42	1.42	-1.76
2006	-0.49	**-4.47**	**-10.60**	-0.59	**-4.61**	**-10.98**	-0.02	**-2.47**	**-8.46**	-0.12	**-2.52**	**-8.49**
2007	0.99	-0.74	**-4.66**	0.99	-0.73	**-4.65**	1.14	0.57	**-2.80**	1.16	0.59	**-2.87**
2008	**-6.04**	**-18.42**	**-27.18**	**-7.84**	**-20.43**	**-30.23**	**-4.35**	**-13.82**	**-29.57**	**-5.45**	**-14.32**	**-30.18**
2009	1.98	1.74	**5.49**	1.99	1.89	**5.58**	1.53	2.07	**3.33**	1.63	2.12	**3.35**
2010	**3.42**	**6.01**	**6.62**	**3.40**	**6.02**	**6.67**	**2.96**	**5.83**	**7.75**	**2.96**	**5.81**	**7.69**
All	**-4.96**	**-7.71**	**-3.38**	**-6.04**	**-8.82**	**-3.98**	**-3.58**	**-8.72**	**-7.39**	**-5.40**	**-9.91**	**-7.44**

Tableau 45: Tests rétroactifs - S&P TSX Venture Loi normale 10 jours fenêtre 500 jours

S&P TSX Venture												
Méthodologie : Loi normale – Fenêtre de 500 jours												
Année	VaR à 10 jours						CVaR à 10 jours					
	Ajustement quotidien			Ajustement 10 jours			Ajustement quotidien			Ajustement 10 jours		
	0.1%	**1%**	**5%**	**0.1%**	**1%**	**5%**	**0.1%**	**1%**	**5%**	**0.1%**	**1%**	**5%**
2003	0.91	1.42	1.14	1.03	1.52	1.23	0.81	1.47	1.70	0.81	1.47	1.70
2004	0.59	-1.76	-1.11	0.64	-1.19	-1.14	0.82	-0.26	**-4.35**	0.86	-0.29	**-4.40**
2005	2.31	**2.57**	-0.16	**2.39**	**2.59**	-0.26	2.17	**3.26**	2.20	2.14	**3.30**	**2.33**
2006	-1.73	**-7.57**	**-13.43**	-1.77	**-7.89**	**-14.01**	-0.98	**-5.00**	**-13.16**	-1.49	**-6.93**	**-15.34**
2007	-0.05	**-3.35**	**-4.80**	-0.05	**-3.39**	**-4.80**	0.33	-1.56	**-6.77**	0.41	-1.53	**-6.92**
2008	**-5.29**	**-16.54**	**-19.03**	**-5.98**	**-17.07**	**-20.35**	**-3.77**	**-12.29**	**-26.74**	**-5.32**	**-15.34**	**-29.54**
2009	**3.98**	**6.78**	**8.43**	**4.02**	**6.76**	**8.27**	**3.48**	**6.68**	**8.57**	**3.48**	**6.71**	**8.62**
2010	**3.37**	**5.88**	**6.36**	**3.49**	**5.90**	**6.39**	**2.92**	**5.72**	**7.56**	**2.83**	**5.76**	**7.60**
All	**-4.35**	**-5.82**	**-4.66**	**-5.97**	**-6.73**	**-4.99**	**-3.10**	**-7.11**	**-8.00**	**-4.32**	**-7.97**	**-8.23**

Bibliographie

ARTZNER, P., F. DELBAEN, J-M EBER and D. HEATH. (1997). «Thinking coherently», Risk 10, p. 33-49

ARTZNER, P., F. DELBAEN, J-M EBER and D. HEATH. (1999). «Coherent measures of risk», Mathematical Finance 9, p. 203-228

BANZ, R. W. (1981). «The relationship between return and market value of common stocks», Journal of Financial Economics, vol. 9, no.1, p. 3-18.

Basel Committee on Banking Supervision (Avril 1995). «An internal model-based approach to market risk capital requirements», Bank for International Settlements

BAUMAN, W.S., C. MITCHELL CONOVER, and R. E. MILLER. (1998). «Growth versus value and large-Cap versus small-cap stocks in international markets», Financial Analysts Journal, vol. 54, no.2, p. 75-89

BOLLERSLEV, T. (1986). «Generalized autoregressive conditional heteroscedasticity», Journal of Econometrics, 31, p. 307-327

CARR, P., H. GEMAN, et D. MADAN. (2001). «Pricing and hedging in incomplete markets», Journal of Financial Economics 62, p.131-168

DUAN, J-C., (1995). «The GARCH option pricing model», Mathematical Finance, 5, p.13-32

DUAN, J-C., G. GAUTHIER et J-G. SIMONATO. (1999). «An analytical approximation for the GARCH option pricing model», Journal of computational finance, 2, p. 75-116

ENGLE, R., NG V. (1993). «Measuring and testing the impact of news on volatility», Journal of Finance, 48, p. 1749-1778

FRITELLI, M., et E. ROSAZZA GIANIN. (2002). «Putting order in risk measures. In: Szegô, G (Ed.), beyond var,» (Special Issue), Journal of Banking and Finance, 26

GOLDFELD, S.M, R. E. QUANDT et H. F. TROTTER. (1965). «Maximization by quadratic hill-climbing», Econometric research program, research memorandum No.72

HILL, I., R. HILL et R. HOLDER. (1976). «Fitting Johnson curves by moments», Applied Statistics 25, p. 180-192

JOHNSON, N.L. (1949). «System of frequency curves generated by methods of translation», Biometrika 36, p. 149-176

KERKHOF, J. et B. MELENBERG. (2004) «Backtesting for risk-based regulatory capital», Journal of Banking and Finance 28, p. 1845-1865

LINSMEIER, T.J et N. D. PEARSON. (1996). «Risk Measurement: An introduction to Value at Risk», University of Illinois at Urbana-Champaign

MANJEET S.D., Y. H. KIM, et S. MUKHERJI. (1999). «The value premium for small-capitalization stocks», Financial Analysts Journal, vol. 55, no. 5, p. 60-68

MARKOWITZ, H. (1959). «Portfolio selection: Efficient Diversification of Investment.» New Haven, Yale University Press

MERTON, R.C. (1976). «Option pricing when the underlying process for stock returns is discontinuous», McGraw-Hill New York

Midwest Finance Association (2009). «The behaviour of small cap vs. large cap stocks in recessions: empirical evidence for the United States and Canada» [en ligne], Missouri, [réf. du 4 octobre 2010], (http://www.mfa-2010.com/papers/smallcaprecranon.pdf)

MINA J. et A. ULMER. (1999). «Delta-gamma four ways», Working paper RiskMetrics Group

REINGANUM , M. R. (1992). « A revival of the small-firm effect: Far from being dead», Journal of Portfolio Management, vol. 18, no. 3, p. 55–62

RiskMetrics technical document. (1996). Fourth edition, RiskMetrics Group
S&P TSX 60 equity index document. (2009). The McGraw-Hill Companies

SIMONATO, J-G. (2010). «The performance of Johnson distributions for computing value at risk and expected shortfall», June 2010

SZEGÖ, Giorgio. (2002). «Measures of risk», Journal of Banking & Finance, vol.26, ISSN 0378-4266, p. 1253-1272

YAMAI, Y. et T. YOSHIBA. (2002). «On the validity of value-at-risk: comparative analyses with expected shortfall», Monetary and Economic Studies, January 2002

ZANGARI, P. (1996). «A VaR methodology for portfolios that include options», RiskMetrics Monitor, 1st quarter, p. 4-12