HEC MONTRĒAL

Étude du Risque Opérationnel des Compagnies d'Assurance Nord-Américaines

Travail présenté à
Dr. Georges Dionne
Dr. Jean-Guy Simonato

Dans le cadre d'un Projet Supervisé
effectué à la session d'automne 2017

par
Mary Azzopardi
11174580

11 Janvier 2018

RÉSUMÉ

Les autorités réglementaires imposent aux compagnies d'assurance de détenir en réserve un capital réglementaire pour couvrir le risque opérationnel en fonction de leur exposition réelle à ce risque. Ce projet supervisé a pour objet de proposer une méthode d'évaluation du risque opérationnel en utilisant des données de pertes internes et externes. Pour en rendre compte, nous allons subdiviser cette présentation en deux parties :

En premier lieu, nous allons élaborer un modèle explicatif des montants de pertes opérationnelles (variable dépendante) avec entre autres pour variables explicatives la taille de l'entreprise, le lieu où la perte s'est produite, les lignes d'affaires d'une compagnie d'assurance et les types de risques. Nous estimons la régression selon la méthode des moindres carrés ordinaires (MCO) et nous constatons que ces différentes variables sont statistiquement significatives pour expliquer les montants de pertes. Ces résultats vont permettre de calculer, à l'aide d'une formule de normalisation, la perte équivalente à une perte externe qui pourrait subvenir dans une compagnie d'assurance en particulier. Afin de s'en assurer nous appliquons la méthode à un cas concret, nommément à la compagnie d'assurance State Farm General Insurance Company (SFGIC). Nous constatons que la moyenne des pertes mises à l'échelle est plus proche de la moyenne des pertes internes de SFGIC comparativement à la moyenne des pertes externes non mises à l'échelle. Cette première partie montre qu'il est possible d'estimer le capital réglementaire en utilisant des données externes ajustées.

En second lieu, après avoir obtenu la distribution des montants de pertes et la distribution des fréquences de pertes, nous allons les traiter avec la simulation de Monte Carlo. Puis nous procéderons au calcul de la valeur à risque opérationnelle pour différents seuils, soit 90%, 95%, 99%, 99,5% et 99,9%. Cette suite de valeurs devrait constituer une mesure relative à l'exposition réelle de la compagnie d'assurance au risque opérationnel. Pour des raisons de simplification, nous supposerons que les distributions des montants de pertes

suivent une loi normale et que les distributions des fréquences de pertes suivent quant à elles des distributions de Poisson. Comme dans la réalité ce n'est pas nécessairement le cas, nous nous attendons à ce que nos calculs de valeurs à risque ne soient qu'approchés. Pour gagner en précision un ajustement possible des distributions s'avère nécessaire.

TABLE DES MATIERES

RÉSUMÉ 2

LISTE DES TABLEAUX 6

REMERCIEMENTS 8

INTRODUCTION GÉNÉRALE 9

1. MODÈLES DE MISE À L'ÉCHELLE DES MONTANTS ET DES FRÉQUENCES DES DONNÉES DE PERTES OPÉRATIONNELLES EXTERNES 12

1.1. INTRODUCTION 12

1.2. MISE EN CONTEXTE 13

1.2.1 Le cadre réglementaire 13

1.2.2 Les sources de données externes et leurs biais potentiels 14

1.2.3 Littérature 15

1.3. DESCRIPTION DES DONNÉES EXTERNES 17

1.4. HYPOTHÈSES DU MODÈLE 18

1.5. MODÈLE DE MISE A L'ÉCHELLE DES MONTANTS DE PERTES EXTERNES 18

1.5.1 Modèle théorique de mise à l'échelle 18

1.5.2 Description des variables 20

1.5.3 Régression linéaire 24

1.5.4 Résultats de la régression 25

1.5.5 Tests de robustesse sur la variable taille 27

1.5.6 Formule de normalisation 29

1.5.7 Validation du modèle de mise à l'échelle 31

1.6. MODÈLE DE MISE À L'ÉCHELLE DES FRÉQUENCES DES PERTES EXTERNES 34

1.6.1 Description du modèle 35

1.6.2 Description des variables 36

1.6.3 Modèle de Poisson tronqué avec composante de régression 39

1.6.4 Présentation des résultats 41

1.7. CONCLUSION 43

2. CALCUL DE LA VALEUR À RISQUE OPÉRATIONNEL D'UNE COMPAGNIE D'ASSURANCE NORD-AMÉRICAINE 45

2.1 INTRODUCTION 45

2.2 LITTÉRATURE 46

2.3 DONNÉES 49

2.3.1 Description des données 49
2.3.2 Statistiques descriptives sur les montants de pertes 50
2.3.3 Statistiques descriptives sur les fréquences des pertes 52
2.4 MODÈLE LDA 53
2.4.1 Conditions d'application du modèle 53
2.4.2 Présentation du modèle LDA 54
2.5 CALCUL DE LA VaR OPÉRATIONNELLE 55
2.5.1 Agrégation des distributions avec les données internes 55
2.5.2 Combinaison des données internes et données externes 56
2.5.3 Détermination de la VaR et impact de la combinaison des données internes et externes sur les résultats 57
2.6 CONCLUSION 62
CONCLUSION GÉNÉRALE 64
ANNEXE 67
BIBLIOGRAPHIE 70

LISTE DES TABLEAUX

1. MODÈLES DE MISE À L'ÉCHELLE DES MONTANTS ET DES FRÉQUENCES DES DONNÉES DE PERTES OPÉRATIONNELLES EXTERNES

Tableau 1.5.2.1 – Statistiques descriptives de l'ensemble des pertes supérieures à un million de dollars de la base de données externe.

Tableau 1.5.2.2 – Statistiques descriptives des pertes en fonction de la taille de la compagnie d'assurance estimée par le total de ses actifs (en M$).

Tableau 1.5.2.3 – Statistiques descriptives des montants de pertes en fonction du lieu.

Tableau 1.5.2.4 – Statistiques descriptives des actifs totaux des compagnies d'assurance en fonction du lieu des pertes.

Tableau 1.5.2.5 – Statistiques des montants de pertes en fonction des lignes d'affaires où la perte a eu lieu.

Tableau 1.5.2.6 – Statistiques des montants de pertes en fonction des types de risque des pertes.

Tableau 1.5.4.1 – Résultats de l'estimation des paramètres de la régression linéaire.

Tableau 1.5.5.1 – Tests de robustesse de la variable taille.

Tableau 1.5.7.1 – Statistiques descriptives des pertes internes de SFGIC et des pertes externes mises à l'échelle de SFGIC.

Tableau 1.5.7.2 – Impact des variables, montant de l'actif total, ligne d'affaire et type de risque, de mise à l'échelle sur les montants de pertes.

Tableau 1.5.7.3 – Impact de différentes combinaisons de variables de mise à l'échelle sur les montants de pertes.

Tableau 1.6.2.1 – Statistiques descriptives sur le nombre de pertes et le total des actifs par compagnie d'assurance.

Tableau 1.6.2.2 – Statistiques descriptives du nombre de pertes en fonction de la taille de la compagnie d'assurance.

Tableau 1.6.2.3 – Statistiques descriptives du nombre de pertes en fonction de l'année au cours de laquelle la perte opérationnelle s'est produite.

Tableau 1.6.4.1 – Résultats de l'estimation des paramètres de la régression de Poisson.

Tableau 1.6.4.2 – Mise à l'échelle des fréquences.

2. CALCUL DE LA VALEUR À RISQUE OPÉRATIONNEL D'UNE COMPAGNIE D'ASSURANCE NORD-AMÉRICAINE

Tableau 2.3.2.1 – Statistiques Descriptives des montants de pertes en fonction du type de risque entre les années 1979 et 2011.

Tableau 2.3.3.1 – Statistiques descriptives des fréquences de pertes opérationnelles journalières par type de risque et par compagnie.

Tableau 2.5.3.1 – Statistiques descriptives des 16 observations de pertes de la compagnie d'assurance Allstate Corporation.

Tableau 2.5.3.2 – Calcul des VaRs pour différents niveaux de confiance déduits de la distribution de pertes internes observées pour la compagnie d'assurance Allstate Corporation.

Tableau 2.5.3.3 – Calcul des VaRs pour différents niveaux de confiance à l'aide de la distribution de pertes agrégées pour la compagnie d'assurance Allstate Corporation.

Tableau 2.5.3.4 – Variation en pourcentage, pour la compagnie d'assurance Allstate Corporation, des VaRs calculées pour différents niveaux de confiance à l'aide respectivement, des distributions de pertes internes et agrégées.

Tableau 2.5.3.5 – Variation en dollars, pour la compagnie d'assurance Allstate Corporation, des VaRs calculées, pour différents niveaux de confiance, à l'aide respectivement, des distributions de pertes internes et agrégées.

REMERCIEMENTS

J'adresse, en premier lieu, mes plus sincères remerciements à mon professeur référent M. Georges Dionne pour son aide dans le choix de mon sujet d'étude, ses conseils éclairés et la remarquable disponibilité dont il a fait part tout au long de son accompagnement dans la réalisation de mon projet supervisé. Son enseignement en cours de Gestion des Risques a surement éveillé mon intérêt sur le sujet mais bien plus, ses incitations à approfondir mes connaissances dans le domaine ont été déterminantes dans le choix de mon orientation professionnelle.

Je suis aussi redevable des cursus de grande qualité du BAA et du programme en sciences de la gestion (M. Sc.) dispensés à HEC Montréal qui me permettent d'envisager avec confiance l'entreprise de mon projet professionnel.

Je remercie M. Philippe Gueret, directeur des opérations de QBE Insurance France de m'avoir offert l'inestimable opportunité d'effectuer un stage dans sa division Gestion des Risques au cours du semestre d'automne 2017. En sa qualité de directeur de stage, j'ai pu bénéficier de ses conseils et apprécier son implication à mettre à ma disposition tous les moyens logistiques et techniques nécessaires à la réalisation de ma tâche et à favoriser mes contacts avec l'équipe ERM (Enterprise Risk Management) de Londres (siège social du groupe QBE Insurance Europe) lors du processus RCA (Risk and Control Assessment) de la division française.

INTRODUCTION GÉNÉRALE

Au cours des dernières décennies, nous avons pu observer une prise de conscience croissante des institutions financières quant à la gestion de leurs risques opérationnels. Cela est en partie dû aux réglementations imposées, notamment par les accords de Bâle aux banques et Solvency II aux compagnies d'assurance européennes. Ces exigences réglementaires ont été établies à la suite des pertes opérationnelles d'une extrême sévérité subies par le secteur financier.

Un des exemples les plus connus est celui de la faillite de la prestigieuse banque d'affaires du Royaume-Unis, la Barrings, survenue le 23 Février 1995. Ce jour-là, elle enregistre une perte de 860 millions de livres sterlings, soit plus de deux fois la valeur de ses capitaux propres. Nick Leeson, responsable du marché des produits dérivés à la banque de Singapour, spécule sur la hausse de la bourse japonaise en vendant des contrats à terme sur l'indice Nikkei afin de profiter au maximum de l'effet de levier. Sans réel contrôle, il investit les fonds des clients dans des opérations spéculatives non autorisées mais connues des dirigeants de la banque. Malheureusement, il ne pouvait prévoir le tremblement de terre de Kobé en Janvier 1995, qui entraina l'effondrement du marché japonais.

Parmi d'autres exemples marquants, on peut citer l'affaire Enron. Enron Corporation, société nord-américaine du secteur de l'énergie, fait faillite en décembre 2001, à la suite d'une perte s'élevant à 2,4 milliards de dollars. C'est la conséquence de manipulations comptables frauduleuses connues des administrateurs, d'un conflit d'intérêt inévitable opposant audit et conseil à des dirigeants rémunérés par un système de « stock option » mais aussi de la défaillance du contrôle interne par des administrateurs n'ayant pas joué leur rôle de surveillance.

Enfin, pour illustrer une perte opérationnelle fatale subie par une compagnie d'assurance, citons le cas de la faillite de HIH Insurance Group due à plusieurs évènements conjugués dont une expansion trop rapide, une délégation

d'autorité non surveillée, des arrangements complexes et extensifs de réassurance aggravés par d'autres facteurs dont certains délétères : rapport falsifié, problème de réserve, gestion imprudente, incompétences, fraude, appât du gain et auto-négociation.

L'ampleur de ces pertes opérationnelles montre à l'évidence la nécessité pour toute institution financière, les compagnies d'assurance entre autres, de définir, mesurer et gérer activement le risque opérationnel. Il incombe à la responsabilité de tous les acteurs d'une entité car il est inhérent à toutes les activités et à l'ensemble des opérations. En d'autres termes, il est défini comme une perte financière ou non-financière due à une inadéquation, voire à un échec dans un processus interne, d'une personne, d'un système, ou encore avoir pour cause un événement externe.

En raison de l'ampleur des pertes opérationnelles, les autorités réglementaires incitent les compagnies d'assurance à instaurer un cadre de gestion spécifique pour le risque opérationnel, à l'instar de ce qui existe déjà pour le risque de marché ou le risque de crédit. Cela consiste à identifier, mesurer et gérer le risque opérationnel en évaluant notamment le capital réglementaire requis pour couvrir les pertes non anticipées.

Pour calculer ce capital réglementaire, il est possible d'utiliser la formule standard. Toutefois, le développement d'un modèle interne à la compagnie permet de mieux cibler son exposition réelle au risque afin de mieux estimer le capital requis et éviter de mobiliser des ressources superflues.

Il est difficile de quantifier le risque opérationnel pour les compagnies d'assurance étant donné la rareté des données historiques internes disponibles des pertes opérationnelles. Le problème est d'autant plus critique pour les pertes élevées dont la fréquence est faible. D'où la nécessité de recourir à des données externes.

Le but de ce projet supervisé est donc d'évaluer le risque opérationnel des compagnies d'assurance nord-américaines en utilisant des données externes.

Pour ce faire, nous allons utiliser des données de pertes de plus de 1M$ (317, certaines pouvant atteindre jusqu'à 11 100M$) de toutes les compagnies d'assurance nord-américaines de décembre 1979 à juin 2011. L'objectif à terme étant de proposer un modèle de calcul de la valeur à risque opérationnel représentatif du niveau de risque opérationnel d'une compagnie d'assurance.

Dans un premier temps, nous allons étudier les facteurs qui expliquent les fréquences de ces pertes ainsi que les montants conditionnels de ces pertes à l'aide de modèles de régression du type Poisson et log normale.
Le recours aux données externes (pertes supérieures à 1 million de dollars) est indispensable afin de compléter le peu de données internes disponible, notamment celles relatives aux événements à fort impact et à faible probabilité. Bien entendu, une mise à l'échelle de ces pertes externes sera effectuée afin de les mettre en adéquation avec une compagnie d'assurance en particulier.
La plupart des modèles existants dans la littérature, se limitent à une variable à savoir la taille de l'organisme. Cependant, l'étude de Dahen et Dionne (2010) sur la quantification du risque opérationnel des institutions bancaires développe un modèle intégrant d'autres variables comme le lieu, la ligne d'affaire affectée par la perte et le type de risque afin d'améliorer les modèles déjà existants. Nous allons ici, répliquer leur modèle en l'adaptant aux compagnies d'assurance nord-américaines.

En dernier lieu, nous allons utiliser les résultats de ces calculs pour évaluer les valeurs à risque des compagnies d'assurance nord-américaines relatives au risque opérationnel. Une fois les deux distributions obtenues (fréquence des pertes et pertes conditionnelles), leur combinaison nous permet de calculer la valeur à risque (VaR) pour différents seuils soit, 90%, 95%, 99%, 99,5% et 99,9%.

Nous sommes bien conscients que des ajustements sur les distributions paramétriques sont nécessaires pour une meilleure estimation de la valeur à risque. Toutefois, ces ajustements ne seront pas pris en considération dans le cadre de la présente étude.

1. MODÈLES DE MISE À L'ÉCHELLE DES MONTANTS ET DES FRÉQUENCES DES DONNÉES DE PERTES OPÉRATIONNELLES EXTERNES

1.1. INTRODUCTION

Désormais, à la place d'utiliser une formule standard, les compagnies d'assurance s'efforcent à développer leur propre modèle interne, qui leur permettra de calculer le capital qu'elles doivent garder en réserve en fonction de leur exposition au risque. Cette mesure a pour objectif d'optimiser l'allocation des ressources en évitant de mobiliser des fonds non nécessaires ou encore d'augmenter un capital opérationnel trop faible qui ne serait pas en mesure d'absorber des pertes potentielles.

Afin d'en obtenir, par modélisation, une estimation des plus précises, il est important de disposer d'une base de données la plus large possible.

Bien que les données internes permettent en principe de présager l'exposition réelle de la compagnie, celles-ci sont souvent insuffisantes, parce que les compagnies d'assurance n'ont pas encore, ou viennent tout juste d'instaurer, un processus de déclaration des pertes opérationnelles permettant de collecter et de conserver en historique ces données. Elles manquent aussi de fiabilité parce que les pertes internes observées ne reflètent pas précisément les pertes effectives que pourrait subir la compagnie. En effet les données internes ne comprennent pas assez de pertes rares dont la fréquence est évidemment faible mais l'impact d'une extrême sévérité.

Une des solutions pour remédier à ce problème est d'inclure, dans sa base de données interne, des données de pertes opérationnelles externes, mises à l'échelle de la compagnie d'assurance concernée en fonction de facteurs propres à celle-ci. Cela va permettre d'augmenter considérablement le nombre

d'observations mais aussi de simuler des pertes rares dans le but de calculer un capital tenant compte au mieux de tout évènement survenu auparavant.

Le modèle développé dans cette étude va permettre, à l'aide de données externes, d'établir le montant conditionnel et la fréquence des pertes que pourrait subir une compagnie d'assurance. Afin d'appliquer cette base de données externes au cas particulier d'une compagnie d'assurance, une mise à l'échelle tenant compte de différents facteurs est nécessaire. Ainsi, la combinaison des pertes internes et des pertes externes mises à l'échelle permet de parvenir à une estimation du risque plus précise.

1.2. MISE EN CONTEXTE

1.2.1 Le cadre réglementaire

Ce qui distingue principalement Solvency II de Solvency I est que le niveau de capital réglementaire est mieux corrélé au niveau de risque auquel la compagnie est réellement exposée. Solvency II permet aux compagnies de développer leur propre modèle interne de gestion du risque opérationnel.

Le risque opérationnel est défini dans Solvency II comme le risque de pertes résultant de l'inadéquation ou de la défaillance des processus, d'individus et de systèmes, ou résultant d'événements externes. Il convient de noter que le risque juridique est compris dans la définition du risque opérationnel tandis que les risques de réputation et d'affaires ne le sont pas.

Il est possible de calculer le capital réglementaire requis selon deux approches (standard ou interne) dès lors que ces dernières respectent les exigences tant quantitatives que qualitatives des autorités et qu'elles estiment correctement les

pertes non-anticipées. L'approche choisie par la compagnie d'assurance doit être approuvée par les autorités avant d'être implémentée.

La présente étude traite spécifiquement de l'approche interne pour laquelle nous allons utiliser la méthode de distribution des pertes *(Loss Distribution Approach, LDA)* qui permet d'estimer la perte non-anticipée en modélisant des montants conditionnels et des fréquences de pertes opérationnelles.

1.2.2 Les sources de données externes et leurs biais potentiels

Nous disposons pour des compagnies d'assurance nord-américaines d'une base de données externes regroupant 930 observations de pertes opérationnelles allant de 1M$ à 11 100M$ sur laquelle va se fonder notre étude. Ainsi, pour une compagnie donnée, nous allons combiner les pertes externes mises à l'échelle à ses pertes internes afin de construire une base de données plus conséquente pour être représentative de son risque opérationnel.

Cette base regroupe un certain nombre d'informations relatives aux pertes dont nous sélectionnons quelques-unes d'entre elles comme la taille de la compagnie (estimée par le total de ses actifs), le lieu où la perte s'est produite, la ligne d'affaire et enfin le type de risque.

Etant donné que nous ne disposons pas de l'ensemble de ces informations pour toutes les pertes de notre base de données, nous ne conservons que celles satisfaisant aux besoins de notre étude. C'est donc sur la base d'un échantillon de 317 observations que sera construit notre modèle.

Le professeur Georges Dionne a mis à ma disposition la base de données. Nous sommes assurément conscients que le choix des sources de données entraîne inévitablement des biais de sélection.

Parmi les biais de sélection les plus notables, on peut citer le biais des sources des données proprement dit, le biais de contrôle, le biais de collecte mais aussi le biais d'échelle inhérent à la collecte de pertes provenant de compagnies d'assurance diverses dont les caractéristiques sont inhomogènes (taille, revenu, localisation géographique, …). Dans cette étude, nous considérons ces biais comme étant purement aléatoires et indépendants.

1.2.3 Littérature

Dans la littérature, la plupart des modèles de mise à l'échelle prennent pour seul facteur la taille de la compagnie. Parmi ces modèles, nous pouvons citer l'étude de Shih, Samad-Khan et Medapa (2000), et celle de Hartung (2004).

Toutefois, l'inclusion de facteurs autres que la taille, comme par exemple le lieu où la perte s'est produite, les lignes d'affaire ou encore les types de risques, permettrait une meilleure mise à l'échelle. En effet, d'après l'étude de Dahen et Dionne (2010) sur la quantification du risque opérationnel des institutions bancaires, la taille n'expliquerait qu'un petit pourcentage des variations des montants de pertes. D'ailleurs, avec leur modèle n'incluant que la variable taille, Shih et al., (2000) n'expliquent qu'environ 5% des montants effectifs de pertes.

Dans cette étude, nous allons adopter un modèle similaire à celui utilisé par Hela Dahen (2006), c'est-à-dire adjoindre d'autres facteurs à celui de la taille. Hela Dahen a ajusté le modèle original de Na (2004) qui propose une formule décomposant le montant de perte en deux parties dont une partie commune et une partie idiosyncratique (spécifique). Ce modèle permet de mettre à l'échelle la sévérité de la perte. La partie commune regroupe tous les événements externes impactant de la même façon tout le secteur d'industrie (dans notre étude les compagnies d'assurances nord-américaines) tandis que la partie idiosyncratique est propre à la compagnie. Il en résulte la formule suivante de

normalisation permettant de mettre à l'échelle, pour une compagnie en particulier, une perte externe :

$$\frac{L_{T,B1}}{\left(R_{idiosyncratique}\right)^{\lambda}_{T,B1}} = \frac{L_{T,B2}}{\left(R_{idiosyncratique}\right)^{\lambda}_{T,B2}} \qquad (1)$$

$L_{T,Bi}$: perte à la date T de la compagnie i,

$(R_{idiosyncratique})_{T,Bi}$: revenu à la date T de la compagnie i (facteur de taille),

λ : facteur d'échelle.

Tout comme Hela Dahen (2006), nous allons utiliser cette formule de normalisation, en introduisant d'autres facteurs comme le lieu de la perte, les lignes d'affaire et le type de risque, pour mettre à l'échelle de la compagnie concernée la sévérité d'une perte externe.

Il convient aussi de déterminer la fréquence des pertes normalisée sur un horizon de temps donné. Les recherches concernant la mise à l'échelle des fréquences sont plus rares. Na (2004) a développé un modèle de mise à l'échelle des fréquences similaire à son modèle de mise à l'échelle des sévérités. Le principe est le même, la fréquence des pertes est composée d'une partie commune et d'une partie idiosyncratique estimée par la taille. Dans son étude, Na (2004) démontre que la taille permet d'expliquer la fréquence des pertes.

Enfin, Chapelle et al., (2004) ont développé une méthode permettant d'améliorer la précision de la queue de la distribution à partir des données d'une base externe. Nous allons adopter leur méthode afin de compléter les bases de données internes en intégrant des évènements rares (pertes opérationnelles d'une grande sévérité mais dont la fréquence est faible) à l'aide des distributions de pertes et de fréquences externes mises à l'échelle, précédemment estimées.

1.3. DESCRIPTION DES DONNÉES EXTERNES

La base de données est composée de 317 observations de pertes opérationnelles de plus de 1M$ à 11 100M$ pour des compagnies d'assurance nord-américaines. Les informations renseignées sont les suivantes :

- Les types d'évènement définis par la BIS (Bank of International Settlements) comme étant de niveau 1, soit :
    - la fraude externe,
    - la fraude interne,
    - clients, produits et pratiques commerciales,
    - emploi, pratiques et sécurité environnementales,
    - gestion de l'exécution, de la livraison et des processus,
    - actifs tangibles et corporels endommagés,
    - perturbation des affaires et défaillance des systèmes.
- Les types d'événement définis par la BIS comme étant de niveaux 2 et 3 qui apportent des renseignements complémentaires sur les risques mentionnés de niveau 1.
- Le nom de l'organisation ainsi que le nom de la division,
- La description de l'événement ayant conduit à la perte opérationnelle,
- Le montant de la perte en devise locale, en USD ainsi que sa valeur courante,
- L'année au cours de laquelle l'événement s'est produit,
- L'industrie, soit le secteur de la finance et de l'assurance,
- L'unité d'affaire dite de niveau 3 par la BIS, qui définit l'ensemble des lignes d'affaires des compagnies d'assurance nord-américaines, soit :
    - « Life & Health »,
    - « Property & Casualty ».

Les unités d'affaire de niveau 1 et 2 correspondent respectivement à « Others » et « Insurrance ».

- Le pays où la perte s'est produite,
- Un numéro d'identification pour chaque perte,

- Des informations spécifiques à la compagnie d'assurance ayant subi la perte comme le total des actifs, le total des dépôts, le total des revenus nets, le total des fonds propres et le nombre d'employés.

1.4. HYPOTHÈSES DU MODÈLE

Comme les modèles de mise à l'échelle des montants de pertes et des fréquences utilisés sont inévitablement sujets à des biais inhérents à la base de données externes, il convient de poser les conditions suivantes :

- ✓ Toutes les pertes opérationnelles ont la même probabilité d'être rapportées dans la base de données,
- ✓ Toutes les pertes opérationnelles supérieures à $1M sont rapportées dans la base de données,
- ✓ Les pertes opérationnelles rapportées dans la base de données sont précises et résultent de réels évènements,
- ✓ Les distributions des montants de pertes et de fréquences sont indépendantes.

Ces hypothèses admises, nous pouvons entreprendre notre étude.

1.5. MODÈLE DE MISE A L'ÉCHELLE DES MONTANTS DE PERTES EXTERNES

1.5.1 Modèle théorique de mise à l'échelle

Le modèle théorique de mise à l'échelle repose sur les trois hypothèses suivantes :

1- la perte est composée d'une partie commune et d'une partie spécifique,

2- la relation entre la partie spécifique et les facteurs qui la constituent n'est pas linéaire,
3- les facteurs non observables sont supposés identiques d'une entreprise à l'autre.

Comme nous l'avons vu plus haut, la perte se décompose en deux composantes distinctes. La composante commune, regroupe les événements impactant de la même façon toutes les compagnies d'assurance, que nous supposons constante à l'exemple de Na (2004) et de Hela Dahen (2006) dans sa thèse sur la quantification du risque opérationnel des institutions bancaires. La composante idiosyncratique, quant à elle, caractérise le risque spécifique auquel la compagnie d'assurance en question est exposée. Parmi les éléments quantifiables ou mesurables associés à cette composante on peut citer la taille de la compagnie d'assurance, le type de risque, la ligne d'affaire où la perte s'est produite.

Le montant de perte peut donc s'exprimer en fonction de ces deux composantes :

$$Perte_i = F((Comp_{commune}),(Comp_{spécifique})_i) \qquad (2)$$

Selon l'hypothèse 2 et puisque la composante commune est posée constante, nous pouvons écrire la formule ci-dessus comme suit :

$$Perte_i = Comp_{commune} \times G(Comp_{spécifique})_i \qquad (3)$$

Nous référant à l'étude de Shih, Samad-Khan et Medapa (2000) dans laquelle il est supposé une relation de puissance entre la perte et la taille de la compagnie, et en introduisant d'autres facteurs que nous considérons potentiellement responsables du montant de la perte nous pouvons exprimer $G(Comp_{spécifique})$ ainsi :

$$G(Comp_{spécifique})_i = Taille_i^a \times H(facteurs)_i$$

d'où :

$$Perte_i = Comp_{commune} \times (Taille_i^a \times H(facteurs)_i) \qquad (4)$$

A des fins de simplification nous posons :

$$H(\text{facteurs})_i = \exp(\sum_j b_j \times \text{facteur}_{ij})$$

L'expression logarithmique de la perte permet alors d'obtenir la relation linéaire suivante :

$$\mathbf{Log(Perte_i) = Log(Comp_{commune}) + a \times Log(Taille_i) + (\sum_j b_j \times facteur_{ij})} \qquad (5)$$

1.5.2 Description des variables

Objet de notre étude, la variable dépendante du modèle est le logarithme des pertes.

Le tableau 1.5.2.1, présente les statistiques descriptives de l'ensemble des montants de pertes (supérieurs à un million de dollars et pour lesquels toutes les informations utiles à l'étude sont disponibles) extraites de 317 observations de la base de données externe utilisée. Le montant maximum de perte atteint la valeur de 11 100M$.

Tableau 1.5.2.1 – Statistiques descriptives de l'ensemble des pertes supérieures à un million de dollars de la base de données externe.

	Moyenne (M$)	1er Quantile (M$)	Médiane (M$)	3ème Quantile (M$)	Ecart-type (M$)	Nombre de Pertes
Pertes Externes	120.93	4	13.1	72.4	661.92	317

Son analyse permet le constat suivant :

- La moyenne des montants de pertes s'élève à 120,93 M$ et l'écart-type est de 661,92 M$,
- La médiane des pertes est à 13,1M$,
- Le 1er quantile est de 4M$ (environ 79 montants de pertes sur 317 sont inférieurs à 4M$) et le 3^{ème} quantile de 72,4M$ (238 pertes sur 317 sont

inférieures à 72,4M$) ce qui met en évidence l'asymétrie de la distribution des montants de pertes.

Afin d'expliquer la variation du logarithme des montants de pertes, nous allons inclure dans le modèle un certain nombre de variables explicatives. Quelques statistiques descriptives des montants de pertes en fonction de ces variables explicatives sont exposées ci-dessous :

L'étude de Shih, Samad-Khanet Medapa (2000) montre que **la taille** de l'entreprise n'expliquerait qu'un faible pourcentage de la variation des montants de pertes.

Dans notre base de données, certaines variables sont caractéristiques de la taille de l'entreprise comme les montants du total des revenus, du total des actifs, du total des dépôts et du total des fonds-propres ou encore du nombre d'employés. Il est à noter que toutes ces variables étant corrélées, l'utilisation dans le modèle d'une seule d'entre elles permet d'estimer l'effet de la taille.

Nous avons donc choisi pour variable le montant total des actifs qui est le plus étroitement corrélé avec les montants de pertes. Le total des actifs varie de 5,93M$ pour la plus petite compagnie à 1 309 549,79M$ pour la plus grande. La moyenne du total des actifs s'élève à 121 615,2M$.
Nous avons classé en fonction de leur taille les compagnies d'assurance en trois catégories : les petites et moyennes compagnies ayant un actif total inférieur à 200G$, les grandes compagnies ayant un actif total compris entre 200G$ et 400G$ et enfin les très grandes compagnies dont l'actif est supérieur à 400G$.

Il est raisonnable de présumer que le montant de la perte est lié à la taille de la compagnie. C'est-à-dire, que plus la compagnie est grande plus les pertes qu'elle peut encourir seront importantes. Quelques statistiques descriptives présentées par le tableau 1.5.2.2 viennent confirmer nos attentes, en effet les moyennes des montants de pertes augmentent avec la taille de la compagnie.

Tableau 1.5.2.2 – Statistiques descriptives des pertes en fonction de la taille de la compagnie d'assurance estimée par le total de ses actifs (en M$).

	Total des actifs (M$)		
	Actifs < 200 000	200 000 ≤ Actifs < 400 000	Actifs ≥ 400 000
Moyenne des pertes (M$)	73.91	79.08	120.93
Nombre des pertes	254	44	19
Ecart-type des pertes (M$)	177.53	199.52	120.93

Dans cette étude, nous souhaitons toutefois mettre en évidence d'autres variables pouvant expliquer la variation des montants de pertes. Pour ce faire, nous incluons d'abord une variable dichotomique pour **le lieu** où la perte s'est produite, notre base de données étant composée uniquement de pertes survenues aux Etats-Unis et au Canada. Nous pensons en effet que le lieu a une possible influence étant donné l'impact de règlementations et de conditions d'application variant d'un pays à l'autre.

Plus de 99% des montants de pertes de notre base de données incombent à des pertes s'étant produites aux Etats-Unis contre un peu moins de 1% au Canada, résultat qui peut toutefois s'expliquer par le nombre plus important de compagnies d'assurance basées aux Etats-Unis.

Le tableau 1.5.2.3, montre que les moyennes des montants de pertes sont proches, bien qu'un peu plus élevées, pour le Canada que pour les Etats-Unis (respectivement 141,77M$ et 120,93M$). Au vu de ces résultats, nous pouvons conclure que ces deux environnements sont relativement semblables.

Tableau 1.5.2.3 – Statistiques descriptives des montants de pertes en fonction du lieu.

	Lieu	
	Etats-Unis	Canada
Moyenne des pertes (M$)	120.93	141.77
Nombre de pertes	314	3
Ecart-type des pertes (M$)	661.92	20.04

Les statistiques présentées par le tableau 1.5.2.4 nous permettent d'affirmer qu'il n'y a pas de lien direct entre la taille de la compagnie et le lieu où la perte s'est produite car la moyenne des actifs totaux des compagnies basées au Canada (149 732,68M$) est plus élevée que celle des compagnies basées aux Etats-Unis (121 615,79M$), alors que nous avons vu plus haut que la moyenne des montants de pertes est relativement la même dans ces deux pays.

Tableau 1.5.2.4 – Statistiques descriptives des actifs totaux des compagnies d'assurance en fonction du lieu des pertes.

	Lieu	
	Etats-Unis	**Canada**
Moyenne des actifs (M$)	121615.79	149732.68
Ecart-type des actifs (M$)	189276.84	206685.36

Nous introduisons alors la variable dichotomique **ligne d'affaire**, pour laquelle nous disposons de 2 lignes d'affaires, en supposant que les lignes d'affaire ont un impact sur la sévérité des pertes.

Dans le tableau 1.5.2.5 sont regroupées les statistiques descriptives des montants de pertes en fonction des lignes d'affaires.

Nous remarquons que la moyenne des pertes est la plus élevée pour la ligne d'affaire « Property & Casualty » (120,93M$) alors qu'elle comporte moins d'observations de pertes (153) que « Life & Health » (164) dont la moyenne des pertes d'élève à 79,32M$.

Tableau 1.5.2.5 – Statistiques des montants de pertes en fonction des lignes d'affaire où la perte a eu lieu.

	Lignes d'affaire	
	Life & Health	Property & Casualty
Moyenne des pertes (M$)	79.32	120.93
Nombre de pertes	164	153
Ecart-type des pertes (M$)	199.79	661.92

La dernière variable explicative dichotomique incluse dans le modèle est le **type de risque**, dont nous avons identifié sept types dans notre base de données. Certains de ces risques sont à faible fréquence mais leur montant de perte est considérable alors que d'autres se produisent à forte fréquence mais leur sévérité est moindre. D'après le tableau 1.5.2.6, environ 61% du nombre total des pertes proviennent du risque de type « Clients, Produits et Pratiques Commerciales », tandis que « Fraude Externe » et « Fraude Interne » cumulent un pourcentage de près de 14%, que « Gestion de l'Exécution, de la Livraison et des Processus » concentre un peu plus de 16% et que « Perturbation des Affaires et Défaillance des Systèmes » représente moins de 1% du nombre total de pertes. Le type de risque pour lequel la moyenne des pertes est la plus élevée est « Actifs Tangibles et Corporels Endommagés » (257,7M$) suivi de « Gestion de l'Exécution, de la Livraison et des Processus » et « Clients, Produits et Pratiques Commerciales » (124,43M$ et 86,73M$, respectivement).

Tableau 1.5.2.6 – Statistiques des montants de pertes en fonction des types de risque des pertes.

	Types de Risque						
	PADS	**CPPC**	**ATCE**	**EPSE**	**GELP**	**FE**	**FI**
Moyenne des pertes (M$)	53.02	86.73	257.7	36.85	124.43	23.85	33.03
Nombre de pertes	3	196	4	19	52	15	28
Ecart-type des pertes (M$)	19.57	236.55	251.31	48.98	671.23	31.51	46.74

Perturbation des Affaires et Défaillance des Systèmes (PADS), Clients, Produits et Pratiques Commerciales (CPPC), Actifs Tangibles et Corporels Endommagés (ATCE), Emploi, Pratiques et Sécurité Environnementales (EPSE), Gestion de l'Exécution, de la Livraison et des Processus (GELP), Fraude Externe (FE) et Fraude Interne (FI).

1.5.3 Régression linéaire

Afin d'expliquer la variabilité des montants de pertes externes, les coefficients de la régression du logarithme de la perte vont être estimés selon la méthode des moindres carrés ordinaire (MCO).

$$Y_i = a_0 + a_1 Taille_i + a_2 EU_i + \sum_{j=4à5} a_j \times UA_{ij} + \sum_{j=6à12} a_j \times TR_{ij} + e_i \qquad (6)$$

dans laquelle :

Y_i = Log($Perte_i$) ou variable dépendante,

a_0 = Log($Comp_{commune}$)

$Taille_i$ = Log($Taille_i$)

EU_i est une variable binaire prenant la valeur de 1 si la perte a eu lieu aux Etats-Unis, 0 dans le cas contraire, la variable Canada étant la catégorie de référence,

UA_{ij} est une variable binaire qui prend la valeur de 1 si la perte a eu lieu dans l'unité d'affaire j, 0 dans le cas contraire, la variable relative à la ligne d'affaire « Property & Casualty » étant la catégorie de référence,

TR_{ij} est une variable binaire qui prend la valeur de 1 si la perte est de type de risque j, 0 dans le cas contraire, la variable relative au type de risque «Perturbation des Affaires et Défaillance des Systèmes » étant la catégorie de référence,

e_i est un terme d'erreur regroupant les facteurs non observables de la partie spécifique du montant de la perte dont on suppose, pour des raisons statistiques, que le terme résiduel suit une loi normale (0, σ^2).

1.5.4 Résultats de la régression

Les coefficients de la régression, présentés dans le tableau 1.5.4.1, sont estimés par la méthode des moindres carrés ordinaires (MCO). Les coefficients R^2 et $R^2_{ajusté}$ de notre modèle ont respectivement pour valeurs 0,1301 et 0,1046. Cela signifie que les variables incluses dans le modèle permettent d'expliquer 10,46% des variations des montants de pertes.

Dans leur modèle pour expliquer les variations des montants de pertes opérationnelles des institutions bancaires, Shih et al. (2000) ont rapporté un $R^2_{ajusté}$ d'environ 5%. Hela Dahen a repris cette étude en incluant d'autres variables comme le lieu de la perte, la ligne d'affaire où s'est produite la perte et le type de risque ce qui lui a permis d'obtenir un $R^2_{ajusté}$ de 10,63%, résultat

expliquant un plus fort pourcentage des variations des montants de pertes opérationnelles.

Cela est aussi vrai pour les compagnies d'assurance, pour lesquelles la contribution de ces nouvelles variables, à la variable taille estimée par le log des actifs, permet d'expliquer un plus fort pourcentage des variations des montants de pertes.

L'examen des résultats de la régression présentés dans le tableau 1.5.4.1, nous permet aussi de constater que la taille estimée par le logarithme du total des actifs est statistiquement significative à un degré de confiance de 90%. De plus, son coefficient étant positif, cela signifie que plus la taille de la compagnie est grande plus le montant de la perte va être important.

La variable de lieu est statistiquement significative à un degré de confiance de 90%. Le coefficient négatif (-0.7591) doit être interprété par rapport à la catégorie prise pour référence « Canada ».

Tableau 1.5.4.1 – Résultats de l'estimation des paramètres de la régression linéaire.

Variables	Modèle de base	
	Coefficients	p-value
Constante	1.9932	0.0025***
Log(Actifs)	0.08	0.0719*
North America\United-States	-0.7591	0.0808*
Life & Health	0.0992	0.252
Clients Products and Business Practices	-0.315	0.468
Damage to Physical Assets	0.870	0.130
Employment Practices and Workplace Safety	-0.461	0.320
Execution Delivery and Process Management	-0.467	0.293
External Fraud	-0.853	0.0707*
Internal Fraud	-0.908	0.0466**
F	5.1	
R^2	0.1301	
$R^2_{ajusté}$	0.1046	

*** Coefficient significatif à un degré de confiance de 99%.

** Coefficient significatif à un degré de confiance de 95%.

* Coefficient significatif à un degré de confiance de 90%.

Les lignes d'affaires ne sont quant à elles pas significatives. Le coefficient positif doit être interprété par rapport à la catégorie prise pour référence « Property & Casualty ».

Les types de risque « Fraude Externe » et « Fraude Interne » sont tous les deux statistiquement significatifs aux seuils respectifs de 10% et 1%. Les coefficients négatifs doivent être interprétés par rapport à la catégorie prise pour référence « Perturbation des Affaires et Défaillance des Systèmes ».

1.5.5 Tests de robustesse sur la variable taille

Nous allons tester l'introduction de variables autres que la taille dans le modèle, pour déterminer la variation des montants de pertes externes et ainsi montrer que les modèles existants, avec pour seule variable explicative la taille, n'expliquent qu'un petit pourcentage seulement des montants de pertes.

Dans ce but, on commence par estimer le modèle avec pour seule variable explicative la taille, soit la régression (7) :

$$Y_i = a_0 + a_1 Taille_i + e_i \qquad (7)$$

Le $R^2_{ajusté}$ a pour valeur 0,0131 ce qui signifie que la taille n'explique que 1,31% seulement des variations des montants de pertes. Le coefficient a_1 (0,1045) est significatif au seuil de 5% ; positif, il indique que les montants de pertes augmentent avec la taille de la compagnie.

Ensuite, on ajoute à la régression (7) la variable lieu pour obtenir la régression (8) :

$$Y_i = a_0 + a_1 Taille_i + a_2 EU_i + e_i \qquad (8)$$

Le nouveau $R^2_{ajusté}$ croit à 2,22%, ce qui prouve que l'introduction de cette variable permet d'augmenter le pouvoir significatif du modèle. La variable lieu

reste statistiquement significative au seuil de 5%. Le coefficient du paramètre reste relativement stable (même ampleur et même ordre de grandeur).

Enfin on incorpore à la régression (8) la variable types de risque pour obtenir la régression (9) :

$$Y_i = a_0 + a_1 Taille_i + a_2 EU_i + \sum_{j=3à8} a_j \times TR_{ij} + e_i \qquad (9)$$

Le $R^2_{ajusté}$ augmente encore à 10,37% prouvant que les catégories « Fraude Externe » et « Fraude Interne » sont aussi statistiquement significatives. Les coefficients demeurent stables.

Les résultats des différentes régressions sont présentés dans le tableau 1.5.5.1.

Tableau 1.5.5.1 – Tests de robustesse de la variable taille.

	Modèle 1	p-value	**Modèle 2**	p-value	**Modèle 3**	p-value	**Modèle 4**	p-value
Constante	0.7747	0.00026***	1.6789	0.00092***	2.1118	0.0012***	1.7314	0.00045***
Log(Actifs)	0.1045	0.0231**	0.0998	0.0295**	0.0848	0.0555*	0.0892	0.0467**
Insurance - Life & Health (Non-BIS)								
North America\United States			-0.8917	0.0484**	-0.8	0.0651*	-0.8201	0.0618*
Clients, Produits et Pratiques Commerciales					-0.3581	0.407		
Actifs Tangibles et Corporels Endommagés					0.7699	0.175		
Emploi, Pratiques et Sécurité Environnementales					-0.5131	0.2664		
Gestion de l'Exécution, de la Livraison et des Processus					-0.5251	0.234		
Fraude Externe					-0.8871	0.0597*	-0.5914	0.0001***
Fraude Interne					-0.9734	0.0317**	-0.5082	0.0116**
F	5.2091	0.0231	4.5913	0.0108	5.5708	0	7.6284	0
R^2	1.63%		2.84%		12.64%		8.91%	
$R^2_{ajusté}$	1.31%		2.22%		10.37%		7.74%	

Modèle 1 : $Y_i = a_0 + a_1 Taille_i + e_i$

Modèle 2 : $Y_i = a_0 + a_1 Taille_i + a_2 EU_i + e_i$

Modèle 3 : $Y_i = a_0 + a_1 Taille_i + a_2 EU_i + \sum_{j=3à8} a_j \times TR_{ij} + e_i$

Modèle 4 : $Y_i = a_0 + a_1 Taille_i + a_2 EU + a_3 EF + a_4 IF + e_i$

*** Coefficient significatif à un degré de confiance de 99%.

** Coefficient significatif à un degré de confiance de 95%.

* Coefficient significatif à un degré de confiance de 90%.

On peut donc conclure que l'introduction de ces nouvelles variables dans le modèle permet de mieux rendre compte des variations des montants de pertes.

Afin de vérifier que les variables gardent leur pouvoir explicatif lorsqu'elles sont testées seules, nous effectuons une dernière régression du logarithme des pertes, en ne gardant que les catégories de variables statistiquement significatives à un degré de confiance de 90% ou plus :

$$Y_i = a_0 + a_1 Taille_i + a_2 EU + a_3 EF + a_4 IF + e_i \qquad (10)$$

Le $R^2_{ajusté}$ est de 7,74%. Toutes les variables sont statistiquement significatives à un seuil de 10% ou plus. Les coefficients sont relativement stables.
En conséquence, les cinq variables significatives vont être utilisées dans l'élaboration de la formule de normalisation.

1.5.6 Formule de normalisation

Nous allons à présent aborder le problème de la mise à l'échelle de la compagnie d'assurance A, une perte observée survenue dans la compagnie d'assurance B. Pour cela nous devons établir une formule de normalisation.

Dans la section précédente, nous avons effectué un test de robustesse sur la variable taille, ce qui nous a permis d'établir la régression (10) ne prenant en compte que les variables statistiquement significatives à un degré de confiance de 90% ou plus. Nous allons utiliser ces variables pour élaborer la formule de mise à l'échelle, soit :

$$Log(Perte_i) = Log(Comp_{commune}) + Log(Comp_{spécifique}) \qquad (11)$$

$$Log(Perte_i) = a_0 + a_1 Taille_i + a_2 EU + a_3 EF + a_4 IF \qquad (12)$$

avec :
$Taille_i$: $Log(Actifs_i)$,
EU : Les Etats-Unis, lieu ou la perte s'est produite,

EF : catégorie « fraude externe » de la variable types de risque,

IF : catégorie « fraude interne » de la variable types de risque.

Comme nous avons précédemment matérialisé la composante commune comme étant une constante, les propriétés des fonctions logarithmique et exponentielle, nous permettent d'écrire :

$$\text{Comp}_{\text{commune}} = \frac{\text{Perte(A)}}{G(CompSpécifique(A))} = \frac{\text{Perte(B)}}{G(CompSpécifique(B))} = \ldots = \frac{\text{Perte(N)}}{G(CompSpécifique(N))} \quad (13)$$

alors :

$$\text{Perte(A)} = \frac{G(CompSpécifique(A))}{G(CompSpécifique(B))} \text{ x Perte(B)} \quad (14)$$

Nous sommes en mesure de calculer $G(CompSpécifique(A))$ et $G(CompSpécifique(B))$ en multipliant les coefficients estimés dans la régression (10) de la sous-section 1.5.5 par la valeur correspondante des différentes variables statiquement significatives.

$$G(\text{Comp}_{\text{spécifique}})_A = \exp(\hat{a}_1 \text{Taille}_A + \hat{a}_2\, EU_A + \hat{a}_3 EF_A + \hat{a}_4 IF_A) \quad (15)$$

$$G(\text{Comp}_{\text{spécifique}})_B = \exp(\hat{a}_1 \text{Taille}_B + \hat{a}_2\, EU_B + \hat{a}_3 EF_B + \hat{a}_4 IF_B) \quad (16)$$

$\hat{a}_1, \hat{a}_2, \ldots, \hat{a}_4,$ étant les coefficients estimés par la régression.

La troisième hypothèse faite en sous-section 1.5.1 (les facteurs non observables sont supposés identiques d'une entreprise à l'autre) est adoptée.

En appliquant cette formule de normalisation à l'ensemble des données de la base externe il est possible de compléter la base de données interne d'une compagnie d'assurance en augmentant sa taille, mais plus particulièrement en introduisant des événements rares, à savoir des pertes extrêmes à faible fréquence.

1.5.7 Validation du modèle de mise à l'échelle

Nous allons mettre en application notre modèle de mise à l'échelle des montants de pertes opérationnelles pour la compagnie d'assurance State Farm General Insurance Company (nommée par la suite SFGIC) pour laquelle nous disposons de 16 observations de pertes dans la base de données externes sur la période 1979-2011. Nous allons mettre à l'échelle de SFGIC le restant des pertes (317–16 = 301) disponible de la base de données et calculer le montant de perte que pourrait subir cette compagnie si la perte était de même type de risque, sur la même ligne d'affaire et la même année que la perte observée dans la base externe.

Afin de mettre à l'échelle ces pertes nous utilisons l'actif total de SFGIC de la même année que l'évènement de perte de la base externe. Comme nous ne possédons pas tous les montants d'actif total de la compagnie entre 1979 et 2011, nous projetons le même montant d'actif total connu pour une année donnée sur la suivante tant que nous n'observons pas un nouveau montant annuel connu comme indiqué dans l'Annexe. Toutes les pertes observées pour cette compagnie s'étant produites aux Etats-Unis, qu'un seul lieu d'occurrence sera pris en considération.

Il est possible de calculer les composantes idiosyncratiques des pertes externes (B) et celles de de SFGIC (A) en utilisant les coefficients estimés pour obtenir la perte mise à l'échelle de la compagnie (A) selon les formules suivantes :

$$G(Comp_{spécifique})_A = \exp(\hat{a}_1 Taille_A + \hat{a}_2\, EU_A + \hat{a}_3 EF_A + \hat{a}_4 IF_A)$$

$$G(Comp_{spécifique})_B = \exp(\hat{a}_1 Taille_B + \hat{a}_2\, EU_B + \hat{a}_3 EF_B + \hat{a}_4 IF_B)$$

$$Perte(A) = \frac{G(CompSpécifique(A))}{G(CompSpécifique(B))} \times Perte(B)$$

La méthode de la mise à l'échelle de trois pertes externes observées est exposée dans l'Annexe.

Dans le tableau 1.5.7.1 sont regroupées les statistiques descriptives des données internes, c'est-à-dire pour les 16 pertes opérationnelles réellement subies par SFGIC, ainsi que les statistiques descriptives pour les données externes mises à l'échelle de SFGIC.

Tableau 1.5.7.1 – Statistiques descriptives des pertes internes de SFGIC et des pertes externes mises à l'échelle de SFGIC.

	Pertes Observées de SFGIC	Pertes Externes à l'échelle de SFGIC
Moyenne (M$)	64.45	106.25
Médiane (M$)	12.8	11.49
Ecart-type (M$)	132.67	565.41
Kurtosis	21.36	228.99
Skewness	4.13	14.38
Min (M$)	1.03	0.86
Max(M$)	1050	9238.01
Nbr d'échantillon	16	301

Nous remarquons que les moyennes des pertes sont comparables : 64,45M$ pour les 16 pertes internes contre 106,25M$ pour les données externes mises à l'échelle. Toutefois, le montant maximum de perte enregistré est de 1050M$ pour les seules données internes alors qu'il atteint 9238M$ lorsque les pertes externes, mises à l'échelle de la compagnie, sont prises en considération. Cela permet donc de mettre en évidence l'impact qu'auraient des évènements de pertes opérationnelles extrêmes que pourrait subir la compagnie d'assurance et donc d'évaluer un capital opérationnel en adéquation avec la réelle exposition au risque opérationnel de la compagnie.

Afin d'analyser l'impact des différentes variables de mise à l'échelle sur les montants de pertes, nous avons pris pour exemple une compagnie ayant subi une perte de 18,2M$. L'année de la perte, la compagnie a enregistré un actif total de 37 171,92M$; cette perte s'est produite au Canada à la ligne d'affaire «Life & Health » et la catégorie de type de risque est « Clients, Produits et Pratiques Commerciales » (CPPC). Nous allons faire varier un ou plusieurs de ces

trois paramètres (taille, ligne d'affaire et type de risque) afin de déterminer comment le montant de la perte évolue.

Les autres facteurs restant inchangés, la variation à la hausse du montant de l'actif total de 37 171,92M$ à 200 000M$ (soit plus de cinq fois supérieure), nous permet de constater que le montant de perte passe de 18,2M$ à 19,3M$, soit une augmentation relativement faible comparée à celle de l'actif total. L'ensemble des résultats est présenté dans le tableau 1.5.7.2. Dans ce tableau, les compagnies 1 à 7 sont fictives. La compagnie 1 présente les mêmes caractéristiques que celles de la compagnie ayant subi une perte de 18,2M$, prise pour exemple, à la différence que nous avons fait varier la variable « taille », modélisée par le total des actifs, en l'augmentant à 200 000M$. Pour les compagnies 2, 3 et 4, nous avons modifié respectivement la variable « lieu », « ligne d'affaire » ou la variable « type de risque », les autres variables restant identiques à celles de la compagnie de référence. Pour la compagnie 5, nous avons fait varier deux variables (taille et lieu) et conservé la ligne d'affaire et le type de risque. Pour la compagnie 6, nous avons fait varier trois variables (taille, lieu et ligne d'affaire) et conservé le type de risque. Enfin, pour la compagnie 7 nous faisons varier toutes les variables, c'est-à-dire la taille, le lieu, la ligne d'affaire et le type de risque.

Tableau 1.5.7.2 – Impact des variables, montant de l'actif total, ligne d'affaire et type de risque, de mise à l'échelle sur les montants de pertes.

Cie	Montant de la perte (M$)	Total des Actifs (M$)	Lieu	Ligne d'affaire	Type de risque	Log(Perte)
Exemple de Perte	18.21266442	37171.92	CAN	Life & Health	CPPC	2.9021172
Cie 1	19.30921416	200000	0.7591	0.0992	-0.315	2.9605824
Cie 2	3.990502646	37171.92	-0.7591	0.0992	-0.315	1.3839172
Cie 3	14.93514558	37171.92	0.7591	-0.0992	-0.315	2.7037172
Cie 4	10.6346464	37171.92	0.7591	0.0992	-0.853	2.3641172
Cie 5	4.230763189	200000	-0.7591	0.0992	-0.315	1.4423824
Cie 6	3.469402537	200000	-0.7591	-0.0992	-0.315	1.2439824
Cie 7	2.025835888	200000	-0.7591	-0.0992	-0.853	0.7059824

Ce résultat vient conforter notre objectif de considérer d'autres variables que la taille pour expliquer les montants de pertes.

En ce qui concerne le lieu, bien qu'un impact significatif sur le montant de perte existe lorsque le lieu change, il ne dépend que de seulement 3 observations de pertes au Canada ce qui ne permet pas d'utiliser la variable « lieu » pour établir une relation statistiquement représentative pour traduire son impact sur les montants de perte.

Quant à la ligne d'affaire et au type de risque, un changement de catégorie impacte significativement le montant de la perte. Dans cet exemple, nous remarquons que les catégories « Life & Health » et « CPPC » de la ligne d'affaire et le type de risque respectivement, engendrent des montants de pertes plus élevés que les catégories « Property & Casualty » et « Fraude Externe » (FE).

Nous avons ensuite répété les calculs pour différentes combinaisons des variables de mise à l'échelle (actif total et lieu ; actif total, lieu et ligne d'affaire ; actif total, lieu, ligne d'affaire et type de risque). L'ensemble des résultats est présenté dans le tableau 1.5.7.3.

Tableau 1.5.7.3 – Impact de différentes combinaisons de variables de mise à l'échelle sur les montants de pertes.

Cie	Montant de la perte (M$)	Total des Actifs (M$)	Lieu	Ligne d'affaire	Type de risque
Exemple de Perte	18.2	37171.92	CAN	Life & Health	CPPC
Cie 1	19.3	200000	CAN	Life & Health	CPPC
Cie 2	4	37171.92	EU	Life & Health	CPPC
Cie 3	14.9	37171.92	CAN	Property & Casualty	CPPC
Cie 4	10.6	37171.92	CAN	Life & Health	FE
Cie 5	4.2	200000	EU	Life & Health	CPPC
Cie 6	3.5	200000	EU	Property & Casualty	CPPC
Cie 7	2	200000	EU	Property & Casualty	FE

1.6. MODÈLE DE MISE À L'ÉCHELLE DES FRÉQUENCES DES PERTES EXTERNES

Nous venons de montrer qu'il est possible de simuler, pour une compagnie d'assurance particulière, des montants de pertes extrêmes en combinant des données externes et des données internes au moyen d'une formule de

normalisation des montants de pertes. Reste cependant à déterminer à quelle fréquence cette perte extrême peut se produire pour la compagnie concernée.
Peu d'études relatives à la mise à l'échelle des fréquences existent dans la littérature. En conséquence, nous allons à présent développer un modèle de mise à l'échelle des fréquences similaire à celui développé pour les montants de pertes.

1.6.1 Description du modèle

Nous allons dans cette section nous inspirer du modèle de mise à l'échelle des montants de pertes vu précédemment pour mettre à l'échelle d'une compagnie d'assurance donnée la fréquence (le nombre) des pertes externes.
Dans ce but, nous adoptons pour variables, des critères spécifiques à chaque compagnie comme par exemple la taille, puisqu'en effet on présume observer plus d'événements de pertes pour des compagnies de plus grande taille. Nous allons aussi analyser avec attention la répartition géographique des lignes d'affaire car on peut s'attendre à ce que les contrôles de sécurité soient moins efficaces lorsque le domaine d'activités est étendu, et donc exposer la compagnie à un plus grand nombre d'évènements de pertes. Enfin nous allons prendre en considération l'époque à laquelle la perte s'est produite.

Etant donné le caractère discret des fréquences, nous allons utiliser ici des distributions de comptages de mode Poisson pour construire notre modèle de mise à l'échelle. A l'exemple du premier modèle de mise à l'échelle nous allons estimer les paramètres d'une régression pour expliquer la variation du nombre de pertes. La base de données ne comprend que des compagnies ayant subi une perte au moins, les fréquences sont donc non nulles, d'où la nécessité d'utiliser des distributions tronquées à 1.

1.6.2 Description des variables

La variable dépendante de ce modèle est le nombre de pertes supérieures à un million de dollars par compagnie d'assurance nord-américaine entre 1979 et 2011. La base de données recense 317 observations de pertes supérieures à un million de dollars. Le but de cette régression est d'expliquer la fréquence des pertes en fonction de la taille et de la répartition géographique des lignes d'affaires car nous présumons que ces deux variables impactent le nombre de pertes que peut subir une compagnie.

Comme précédemment, la taille est estimée par le total des actifs et nous utilisons des variables dichotomiques pour la répartition géographique soit une variable prenant la valeur 1 si la perte a eu lieu au Etats-Unis, sinon 0 si elle survient au Canada.

Le tableau 1.6.2.1 présente les statistiques descriptives du nombre de pertes ainsi que le total des actifs par compagnie d'assurance. La moyenne est d'environ 1,8 perte par compagnie, l'écart-type étant de 1,96 perte. Le nombre maximum de pertes subies par une compagnie est de 16 pertes.

En ce qui concerne le total des actifs, la moyenne par compagnie d'assurance est de 118 455M$, l'écart-type de 199 105M$. L'actif total maximum est de 1 309 550M$.

Tableau 1.6.2.1 – Statistiques descriptives sur le nombre de pertes et le total des actifs par compagnie d'assurance.

	Moyenne	Ecart-type	1er Quantile	Mediane	3ème Quantile	Min	Max
Nombres de pertes par Cie	1.79	1.96	1	1	2	1	16
Total des actifs par Cie (M$)	118454.97	199105.51	5679.5	36095.77	131491	5.93	1309549.79

Le tableau 1.6.2.2 regroupe les statistiques descriptives du nombre de pertes en fonction de la taille de la compagnie d'assurance. La taille est estimée par le total des actifs. Certains des résultats sont quelque peu inattendus. En effet, nous constatons que le nombre moyen de pertes par compagnie est relativement le

même pour nos trois classes d'actifs. Toutefois, le nombre moyen de pertes est tout juste plus élevé pour les très grandes compagnies (1,81) que pour l'ensemble des petites, moyennes et grandes compagnies (1,79), ce qui est sensé puisque l'on présage que le nombre de pertes augmente avec la taille de la compagnie. Ainsi le lien entre taille et nombre de pertes par compagnies est mitigé.

Tableau 1.6.2.2 – Statistiques descriptives du nombre de pertes en fonction de la taille de la compagnie.

	Total des Actifs (M$)		
	Actifs < 200 000M$	200 000M$ ≤ Actifs < 400 000M$	Actifs ≥ 400 000M$
Nombre moyen des pertes par Cie	1.79	1.79	1.81
Nombre de Cies	145	21	11
Ecart-type du nombre de pertes par Cie	1.98	1.96	2.05

La majorité des pertes opérationnelles dont nous disposons (314) a eu lieu aux Etats-Unis, 3 pertes seulement de la base de données s'étant produites au Canada. L'élaboration d'un tableau croisé dynamique mettant en présence le nom de la firme ainsi que les lieux où elle a subi des pertes, montre qu'aucune compagnie d'assurance n'enregistre des pertes opérationnelles supérieures à un million de dollars à la fois aux Etats-Unis et au Canada.
Il en résulte que le faible poids statistique de la variable de lieu, ne permet pas d'établir une relation pertinente entre la fréquence des pertes et le lieu de la perte.

Nous allons donc considérer l'époque de l'évènement de perte afin de vérifier si cette variable temporelle est liée au nombre de pertes. Notre horizon temporel d'étude s'étend de 1979 à 2011. Nous disposons donc de 33 années. Nous allons créer 4 variables en partageant notre horizon temporel en périodes, soit une première de neuf années puis trois de huit années. Nous aurions pu disposer de quatre intervalles de temps identiques de 8 années en omettant la perte de 1979, mais nous avons préféré conserver la totalité des données vu le nombre restreint d'observations.

L'horizon temporel est divisé comme suit :

Int 1 : 1979-1987

Int 2 : 1988-1995

Int 3 : 1996-2003

Int 4 : 2004-2011

Pour cela nous utilisons des variables dichotomiques prenant la valeur de 1 si la perte a eu lieu au cours de l'intervalle de temps 1, 2, 3 ou 4, 0 sinon. Nous prenons pour catégorie de référence l'intervalle 1.

La création d'un tableau croisé dynamique permet de visualiser le nombre de pertes par intervalle de temps défini précédemment ; les résultats sont recensés dans le tableau 1.6.2.3. On remarque que 15.45% (49/317) des pertes ont eu lieu entre 1979 et 1995 contre 41,64% (132/317) et 42,90% (136/317) pour les intervalles 1996-2003 et 2004-2011, respectivement. Remarquons que ces résultats semblent assez bien corrélés aux évènements financiers survenus durant ces périodes.

Tableau 1.6.2.3 – Statistiques descriptives du nombre de pertes en fonction de l'année au cours de laquelle la perte opérationnelle s'est produite.

	Intervalle de Temps			
	Int1 (1979-1987)	**Int2 (1988-1995)**	**Int3 (1996-2003)**	**Int4 (2004-2011)**
Nbre moyen de pertes par Cie	1	1.34	1.67	1.35
Nbre de Cies	6	32	79	101
Ecart-type du nbre de pertes par Cie	0	0.65	1.64	0.88
Nbre de pertes	6	43	132	136
% du nbre de pertes	1.89%	13.56%	41.64%	42.90%
Minimum du nbre de perte	1	1	1	1
Maximum du nbre de perte	1	3	11	6

En effet, seulement 15,45% des pertes sont enregistrées entre 1979-1987 et 1988-1995, périodes au cours desquelles les évènements financiers ont eu peu d'impact sur le secteur financier dans son ensemble. Parmi ces évènements on peut citer : la hausse des Fed Funds (1979), le krach d'octobre 1987 du marché obligataire puis des marchés d'actions, la bulle spéculative japonaise (1989), l'invasion du Koweit (1990), la crise du système monétaire européen (SME) à l'occasion du référendum français sur le Traité de Maastricht (1992), la

correction brutale du marché obligataire (1994) ou encore la crise mexicaine (1994).

Quant au nombre de pertes (41,64%) de la période 1996-2003, il résulte de crises financières graves telles que la crise économique asiatique (1997), l'éclatement de la bulle internet (2000) ou encore les attentats du 11 septembre 2001.

Le nombre le plus élevé de pertes (42,90%) revient à la période 2004-2011 au cours de laquelle sont survenus des évènements ayant sévèrement impactés le système financier dans son ensemble comme la crise des « subprimes » en 2007 ou encore la crise grecque en 2009.

Les statistiques descriptives du nombre de pertes en fonction de la période au cours de laquelle l'évènement s'est produit sont décrites dans le tableau 1.6.2.3 qui indique 1, 1,34, 1,67 et 1,35 pertes par compagnie sur les intervalles respectifs 1, 2, 3 et 4 tandis que le nombre maximum de pertes correspondant par compagnie est de 1, 3, 11 et 6. Nous constatons que le nombre moyen de pertes par compagnie est le plus élevé pour l'intervalle 4, période marquée plus profondément par des crises financières.

1.6.3 Modèle de Poisson tronqué avec composante de régression

Nous modélisons Y_i, comme étant le nombre de pertes par la compagnie i sur la période d'étude (1979-2011). Comme établi plus haut, Y_i suivant une loi de Poisson, la probabilité d'avoir « y » perte est donnée par l'équation :

$$P(Y_i = y) = e^{-\lambda}\lambda^y / y! \text{ avec } y = 0, 1, 2\ldots \text{ et } \lambda > 0$$

qui exprime, dans l'intervalle prédéfini i, la probabilité qu'il existe « y » occurrences pour un nombre moyen d'occurrences λ, « y » étant un entier naturel et λ un nombre réel strictement positif.

λ est le paramètre de la distribution de Poisson caractérisée par :

$$E(Y_i) = Var(Y_i) = \lambda$$

Les fréquences non nulles autorisant l'utilisation de distributions tronquées, nous pouvons considérer la relation ci-dessus comme une probabilité conditionnelle et la présenter sous la forme :

$$P(Y_i = y \mid Y_i > 0) = e^{-\lambda}\lambda^y / y!(1-e^{-\lambda}) \text{ avec } y = 1, 2\ldots \text{ et } \lambda > 0$$

λ_i indiquant que λ varie d'une observation à l'autre. Afin d'imposer la non négativité de λ, on pose $\lambda = \exp(X_i\beta)$ où X_i est un vecteur de variables exogènes, propre à la compagnie, dont la dimension est (1xm) et β un vecteur de coefficients de dimension (m x1).

Dans ce modèle-ci on pose :

$$\lambda_i = \exp(\beta_0 + \beta_1 \log(Actifs)_i + \beta_2 Int1_i + \beta_3 Int2_i + \beta_3 Int3_i + \beta_4 Int4_i)$$

donc la probabilité pour la compagnie d'assurance de subir y pertes sur l'horizon 1979-2011 peut s'écrire comme suit :

$$Pr\,(Y_i = y \mid Y_i > 0, X_i) = e^{-\exp(Xi\beta)}\exp(Xi\beta)^y / y!(1-e^{-\exp(Xi\beta)})$$

avec pour moyenne :

$$E(Y_i \mid Y_i > 0, X_i) = u_i = \lambda_i + \gamma_i$$

$$E(Y_i \mid Y_i > 0, X_i) = \lambda_i / (1 - e^{-\lambda i)})$$

et pour variance :

$$V(Y_i \mid Y_i > 0, X_i) = \sigma_i^2 = \lambda_i - \gamma_i (u_i - 1)$$

$$V(Y_i \mid Y_i > 0, X_i) = u_i (1 - \gamma_i)$$

où $\gamma_i = \lambda_i / (e^{-\lambda i} - 1)$

γ_i est un facteur d'ajustement, caractérisant la différence entre les moyennes des distributions tronquées et non tronquées. La moyenne de la distribution tronquée est plus grande que la moyenne de la distribution non tronquée, contrairement à la variance de la distribution tronquée qui est quant à elle plus petite.

Le vecteur de paramètre β est estimé selon la méthode du maximum de vraisemblance. Il est donc possible de déterminer les six coefficients β de l'équation suivante :

$$\lambda_i = \exp(\beta_0 + \beta_1 \log(\text{Actifs})_i + \beta_2 \text{Int1}_i + \beta_3 \text{Int2}_i + \beta_3 \text{Int3}_i + \beta_4 \text{Int4}_i)$$

afin de calculer λ_i pour chacune des compagnies en appliquant dans la formule les coefficients β estimés, la taille et la date d'évènement de la compagnie concernée.

1.6.4 Présentation des résultats

Les résultats de la régression du modèle de Poisson sont présentés par le tableau 1.6.4.1. Le Khi^2 du log(vraisemblance) est égal à 182,172. Etant donné que la probabilité est inférieure à 0,0001 toutes les variables introduites dans le modèle ont un pouvoir significatif pour expliquer la variation des fréquences.
Les coefficients de la taille et des intervalles de temps sont positifs ce qui signifie que le nombre de pertes augmente avec la taille de l'entreprise et selon la date à laquelle l'évènement s'est produit. Seules les variables explicatives Int2, Int3 et Int4, introduites dans la régression sont statistiquement significatives à un niveau de confiance de 99%. La variable de taille est statistiquement significative à un niveau de confiance inférieur à 90%. Ce dernier résultat, vient conforter nos attentes, à savoir que la taille de la compagnie d'assurance ne permet pas d'expliquer à elle seule la fréquence des pertes opérationnelles.

Contrairement à ce que nous avions supposé plus haut (à savoir que la fréquence des pertes est plus élevée sur l'intervalle 4 (2004-2011) à cause d'évènements financiers majeurs survenus au cours de cette période), le coefficient (0,269) estimé par régression pour l'intervalle 4 est plus petit que celui obtenu pour l'intervalle 2 (0.307) à un niveau de confiance de 99%. Cependant les résultats sont cohérents avec nos attentes car nous avons relevé qu'environ 42% des pertes ont eu lieu dans l'intervalle 4 (intervalle marqué par des événements financiers majeurs), pour lequel nous avons obtenu le deuxième plus grand coefficient avec un niveau de confiance de 99%. Rappelons que nous avons pris pour catégorie de référence l'intervalle 1 (Int1).

Tableau 1.6.4.1 – Résultats de l'estimation des paramètres de la régression de Poisson.

Constante	**Modèle de Poisson**	
	Coefficients	**p-value**
Constante	-0.294	0.319
Log(Actifs)	0.067	0.290
Int2	0.307	<0.0001***
Int3	0.165	<0.0001***
Int4	0.269	<0.0001***
Log(vraissemblance)	182.172	<0.0001***
Score test	376.132	<0.0001***

*** Coefficient significatif à un degré de confiance de 99%.

** Coefficient significatif à un degré de confiance de 95%.

* Coefficient significatif à un degré de confiance de 90%.

Dans le tableau 1.6.4.2 est présenté un exemple de mise à l'échelle des fréquences pour une compagnie d'assurance dont le total des actifs moyen entre 1979 et 2011 est de 200 000M$ incluant le calcul du paramètre de la distribution de Poisson.

Tableau 1.6.4.2 – Mise à l'échelle des fréquences.

	Cte β0	Log(actifs) β1	Int2 β3	Int3 β4	Int4 β5	Paramètre Poisson λi
Coefficients	-0.34	0.073	0.307	0.165	0.269	
Variables		Log(200000)	0	1	0	1.236117216

Paramètres de la distribution de Poisson calculés en remplaçant les coefficients estimés par les valeurs de la variable β_i de la fonction : $\lambda_i = \exp(\beta_0 + \beta_1 \log(Actifs)_i + \beta_2 Int1_i + \beta_3 Int2_i + \beta_3 Int3_i + \beta_4 Int4_i)$.

1.7. CONCLUSION

Les limitations des bases de données internes des compagnies d'assurance, impliquent qu'elles soient complétées par des données externes. C'est d'autant plus nécessaire qu'il ne faut pas négliger les pertes rares, c'est-à-dire celles dont la fréquence est faible mais l'impact important. Cela permet d'avoir de meilleures estimations des distributions de pertes notamment pour les queues de distribution, représentatives des événements extrêmes.

Pour cela, nous avons élaboré deux modèles assez similaires de mise à l'échelle pour les montants de pertes et pour le nombre de pertes afin d'optimiser l'utilisation de données externes à une compagnie d'assurance en particulier.

Dans le premier modèle, nous avons montré que la taille, le lieu où la perte s'est produite, la ligne d'affaire ainsi que le type de risque permettent d'expliquer la variation des montants de pertes. En ne conservant que les variables statistiquement significatives au seuil de 90% et plus, nous avons établi une formule de normalisation. Cette formule permet d'obtenir l'équivalent d'une perte réelle survenue dans le secteur des assurances et de l'appliquer à la compagnie concernée.

De même, nous avons développé un modèle de mise à l'échelle des fréquences de pertes. Peu de modèles de mise à l'échelle des fréquences de perte ayant été

développés à ce jour, nous nous sommes inspirés du modèle élaboré par Hela Dahen (2006) dans son étude sur la quantification du risque opérationnel pour les institutions bancaires. Pour se faire, nous avons utilisé des distributions de comptage tronquées avec composante de régression de type Poisson. Pour mettre à l'échelle les fréquences de pertes, il suffit d'estimer les paramètres (taille et période) de la distribution propre à la compagnie en question.

2. CALCUL DE LA VALEUR À RISQUE OPÉRATIONNEL D'UNE COMPAGNIE D'ASSURANCE NORD-AMÉRICAINE

2.1 INTRODUCTION

La valeur à risque est la perte potentielle maximale attendue pour un niveau de confiance et un horizon donnés.

La notion de valeur à risque (VaR) a pour origine le modèle RiskMetric développé par la banque JP Morgan en 1990. Il faudra attendre les accords de Bâle en 1995, pour que la (VaR) devienne un standard dans l'évaluation des risques. Ces accords ont vu le jour à la suite d'un enchainement d'évènements marquants dans le secteur financier comme l'augmentation de la volatilité des marchés, l'arrivée des produits dérivés et une série de faillites et « krachs » boursiers. Ils visent à renforcer, voire même à instaurer un cadre réglementaire pour les institutions financières placées sous le contrôle attentif des autorités financières.

La VaR est une valeur pratique à calculer et à comprendre. Elle est exprimée simplement par un nombre synthétisant toute l'information relative au risque évalué. On a recourt très souvent à la VaR pour calculer le risque de marché et de crédit. Son utilisation est aussi de plus en plus fréquente pour évaluer le risque opérationnel. Ce nouveau concept s'inspire fortement du « MPY » (Maximum Probable Yearly Aggregate Loss) en usage depuis quelques années dans le secteur de l'assurance. Toutefois, la VaR a ses limites et fait l'objet d'un certain nombre de critiques au sujet des hypothèses sur lesquelles elle repose. Notamment, l'hypothèse de normalité fondée sur une loi normale qui sous-estime les variations extrêmes et ainsi néglige le caractère leptokurtique des queues de distributions (longues queues) représentatives du caractère non linéaire des portefeuilles composés d'options.

Artzner (1998) a développé plusieurs axiomes qu'une mesure de risque dite cohérente doit respecter. Selon lui, la VaR ne respecte pas le principe d'additivité c'est-à-dire, que la VaR de la somme de deux portefeuilles peut être plus grande que la somme des VaR de chacun de ces deux portefeuilles. Cette notion va à l'encontre d'un des principes fondamentaux de la finance, la diversification. C'est pourquoi la valeur à risque conditionnelle (CVaR), définie comme étant l'espérance de perte lorsque qu'elle dépasse la VaR, serait plus pertinente. Aussi selon Artzner, la CVaR serait une mesure de risque cohérente dans le sens où elle respecterait tous les axiomes qu'il a prédéfinis.

Le risque opérationnel se diffère du risque de marché et de crédit, de par sa distribution de pertes. En effet, cette distribution présente des pertes extrêmes dont la fréquence est faible mais l'impact important ce qui complexifie sa modélisation. Il est possible d'énoncer des hypothèses simplificatrices comme la normalité de la distribution (certains modèles de calcul de la VaR opérationnelle se fondent sur cette hypothèse), ce qui va certes simplifier le calcul de la VaR du capital opérationnel mais aux dépens de sa précision.

Pour des raisons de simplification, nous allons tout de même adopter un modèle standard, bien que nous soyons conscients du manque de précision qu'il entraîne dans le calcul de la VaR opérationnelle, alors basé sur des distributions lognormale et de Poisson. Les résultats ainsi obtenus sont donc à considérer avec prudence car ils sous-évaluent l'exposition réelle au risque de la compagnie d'assurance. Un modèle plus complexe mais plus précis consisterait à ajuster les distributions paramétriques à l'ensemble des données.

2.2 LITTÉRATURE

Comme nous l'avons déjà mentionné, la modélisation du risque opérationnel est assez récente. Il existe plusieurs méthodes pour calculer le capital qu'il faut

conserver en réserve pour pallier le risque opérationnel. Celle qui conduit au résultat le plus probant de l'exposition réelle à ce risque est la méthode avancée. La méthode avancée la plus connue et aussi la plus utilisée est la méthode LDA (Loss Distribution Approach) qui est très similaire au MPY (Maximum Probable Yearly Aggregate Loss) utilisé dans le secteur de l'assurance.

Toutefois, la modélisation des pertes opérationnelles ayant ses propres caractéristiques, la littérature offre de nombreux modèles plus ou moins élaborés, en fonction des ajustements des distributions réalisés par leurs auteurs. Un des premiers ajustements qu'il est possible d'effectuer sur la distribution des montants de pertes, se situe au niveau du seuil de troncature, car le plus souvent, les pertes opérationnelles sont collectées à partir d'un certain seuil. Certaines recherches, comme celles de Bocker et Kluppelberg (2005) et de Dutta et Perry (2006) ne tiennent pas compte de ce seuil de troncature contrairement à l'étude de Chernobai et al. (2006). Il est évident que la prise en considération du seuil de troncature rend la modélisation plus complexe.

D'autres recherches, dont celle de McNeil et Antolinez-Fehr (2001) par exemple, se basent seulement sur les pertes extrêmes de la distribution en suivant la théorie des valeurs extrêmes. Toutefois en raison du faible nombre d'observations relatif à ce type de pertes, cette méthode ne parait pas bien adaptée. D'autres études prennent encore en considération le corps et la queue de la distribution comme celle de Chapelle, Crama, Hubner et Peters (2004).

Dans la majorité des cas, la distribution choisie pour modéliser les montants de pertes est la distribution lognormale en raison de sa simplicité. Toutefois, le choix de cette distribution conduit souvent à une surévaluation ou une sous-évaluation du capital requis, car la queue de distribution des pertes opérationnelles est plus épaisse que celles des distributions relatives au risque de marché et de crédit pour lesquelles il est possible d'utiliser une distribution lognormale. Il serait donc intéressant de tester plusieurs distributions de type exponentiel, Weibul et GB2 par exemple, et de ne retenir que la mieux adaptée.

Cet ajustement est évidemment plus complexe et dépasse les objectifs de ce travail.

Comme pour le modèle de mise à l'échelle des fréquences, peu de recherches ont été menées pour améliorer l'ajustement de la distribution de fréquence des pertes. La plupart des recherches supposent une distribution de Poisson (Chapelle et al. (2004), Chernobai et al. (2005), Dutta et Perry (2006)). Le problème que pose cette distribution, est que la moyenne et la variance sont égales indiquant l'équidispersion des données, ce qui est rarement le cas pour le risque opérationnel.

Une fois l'ajustement des modèles des montants de pertes et de la fréquence des pertes déterminés, il convient d'agréger ces deux distributions pour calculer la VaR. La méthode par simulation (Ross, 2001) permet d'agréger les deux distributions sans devoir satisfaire à des hypothèses contraignantes comme l'exigent d'autres modèles d'agrégation des distributions. Cette méthode est la plus souvent utilisée lorsqu'il est question du risque opérationnel. Elle consiste à générer des variables aléatoires de sévérité et de fréquence et à calculer la perte agrégée. Nous allons adopter la méthode par simulation pour agréger les distributions des montants de pertes et de fréquence précédemment modélisées.

La distribution agrégée obtenue, la VaR opérationnelle correspond au 99.9^{ème} centile de cette distribution. Cependant, étant donné que les données internes ne reflètent pas, en raison du nombre limité d'observations relatives aux pertes extrêmes, la réelle exposition de la compagnie au risque opérationnel, les autorités réglementaires préconisent l'utilisation de données externes pour le calcul d'une VaR opérationnelle à un niveau de confiance de 99.9%.

Dans le présent travail, nous avons choisi un modèle simple et standard pour calculer la valeur à risque opérationnelle. Nous supposons des distributions log normales pour les montants de pertes et des distributions de Poisson pour les fréquences des montants de pertes. Nous sommes cependant conscients des

risques associés à ces choix, à savoir une sous-évaluation ou une surévaluation du capital à conserver en réserve pour pallier le risque opérationnel.

2.3 DONNÉES

Dans cette section, nous allons nous intéresser aux pertes en fonction du type de risque.

2.3.1 Description des données

La base de données met en évidence les sept types de risque définis par la BIS (Bank of International Settlements) suivants :

- la Fraude Externe (FE),
- la Fraude Interne (FI),
- Clients, Produits et Pratiques Commerciales (CPPC),
- Emploi, Pratiques et Sécurité Environnementale (EPSE),
- Gestion de l'Exécution, de la Livraison et des Processus (GELP),
- Actifs Tangibles et Corporels Endommagés (ATCE),
- Perturbation des Affaires et Défaillance des Systèmes (PADS).

A l'aide de statistiques descriptives nous allons étudier quelques caractéristiques des distributions des montants de pertes pour les sept types de risques énumérés ci-dessus. Bien qu'utilisant des distributions log normales pour chacune de ces catégories de risque pour des raisons de simplification, nous allons montrer que des ajustements de distributions conduiraient à une meilleure précision du calcul de la VaR opérationnelle. En effet, en comparant la moyenne et la médiane, tout en considérant les coefficients d'aplatissement et d'asymétrie, nous allons montrer que ces distributions ne suivent pas vraiment une loi normale.

2.3.2 Statistiques descriptives sur les montants de pertes

Le tableau 2.3.2.1 présente des statistiques descriptives sur les montants de pertes en fonction du type de risque entre les années 1979 et 2011. En ce qui concerne les catégories de risque PADS et ATCE, nous ne disposons respectivement que de trois et quatre observations de pertes ; nous n'en tiendrons pas compte dans l'analyse car ce nombre d'observations est trop faible. Quant aux catégories FE, EPSE et FI, bien que leur nombre respectif d'observations soit relativement faible (15, 19 et 28) nous les conservons tout de même. Nous observons pour GELP 52 pertes opérationnelles, nombre de pertes que nous considérons acceptable pour l'étude. Enfin, la catégorie CPPC est celle pour laquelle nous avons le plus de données de pertes, soit 196.

Tableau 2.3.2.1 – Statistiques Descriptives des montants de pertes pour sept types de risque de 1979 à 2011.

	PADS	CPPC	ATCE	EPSE	GELP	FE	FI
Moyenne (M$)	17.42	86.18	69.04	33.64	120.93	23.76	33.03
Médiane (M$)	8.57	13.05	13	10.3	13.1	9.65	10
Ecart-type (M$)	21.35	235.89	155.33	47.81	661.92	31.48	46.74
Coefficient d'aplatissement	2.57	42.13	33.14	2.89	241.77	2.22	2.85
Coefficient d'asymétrie	1.81	5.92	5.02	1.9	14.78	1.79	1.89
Maximum (M$)	93	2325	1500	210	11100	122.5	210
Nombre d'observations	3	196	4	19	52	15	28

Perturbation des Affaires et Défaillance des Systèmes (PADS), Clients, Produits et Pratiques Commerciales (CPPC), Actifs Tangibles et Corporels Endommagés (ATCE), Emploi, Pratiques et Sécurité Environnementales (EPSE), Gestion de l'Exécution, de la Livraison et des Processus (GELP), Fraude Externe (FE) et Fraude Interne (FI).

Les moyennes des montants de pertes opérationnelles les plus élevées proviennent des catégories GELP (120,93M$) et CPPC (86,18M$). La catégorie CPPC, enregistrant des pertes élevées et à haute fréquence, mérite une attention toute particulière. Nous constatons aussi que GELP est une catégories

de risque dont la fréquence est relativement faible (52) mais dont l'impact est important (pertes extrêmes), contrairement aux catégories FE, FI et EPSE pour lesquelles la fréquence et l'impact sont à la fois relativement faibles.

Nous stipulons dans notre approche du calcul de la valeur à risque opérationnelle que les cinq catégories de types de risque retenues (CPPC, EPSE, GELP, FE et FI) suivent une distribution normale. La loi normale est caractérisée par certaines particularités spécifiques dont l'égalité de la moyenne et de la médiane (mode de distribution symétrique) ainsi que par un coefficient d'aplatissement (Kurtosis) et un coefficient d'asymétrie (Skewness) nuls.

Or pour les différents types de risque, l'examen des résultats (moyenne par rapport à médiane, et les coefficients Kurtosis et Skewness), montre que pour toutes les catégories, la médiane est beaucoup plus faible que la moyenne ce qui est représentatif des distributions asymétriques. Cela est confirmé par les coefficients d'asymétrie qui, différents de 0, sont tous positif, ce qui caractérise les distributions à queues épaisses.

Les coefficients d'aplatissement, quant à eux tous différents de 0 aussi et assez élevés, indiquent des distributions leptocurtiques à queues épaisses. Par exemple, pour la catégorie GELP, les coefficients Kurtosis et Skewness ont pour valeurs respectives, 241,77 et 14,78.

Bien que toutes ces distributions ne répondent pas aux critères de distribution normale, nous décidons tout de même, pour des raisons de simplicité, de les modéliser en considérant leur distribution normale, ce qui aura pour conséquence **un manque de précision certain** dans le calcul de la VaR opérationnelle.

2.3.3 Statistiques descriptives sur les fréquences des pertes

Par compagnie d'assurance, le tableau 2.3.3.1 regroupe des statistiques descriptives sur les fréquences des pertes par jour et sur un horizon temporel de 33 ans (1979 à 2011), pour les cinq catégories de types de risque retenues (CPPC, EPSE, GELP, FE et FI). Pour la catégorie CPPC, qui présente le nombre de pertes opérationnelles le plus important (196/317), la moyenne du nombre de pertes est de 1,11 perte par compagnie. Pour les deux catégories suivantes GELP et FI, comptabilisant un nombre significatif de pertes observées (respectivement 52 et 28 sur un total de 317), les moyennes respectives du nombre de pertes par compagnie s'élèvent à 0,29 et 0,16. Enfin pour les deux types de risques restants EPSE et FE (19 et 15 pertes observées, respectivement), les moyennes respectives du nombre de pertes par compagnie sont de 0,11 et 0,08. Ainsi, la fréquence moyenne des pertes par jour, par type de risque et par compagnie est largement inférieure à une perte par jour pour l'ensemble des catégories, excepté pour la catégorie CPPC.

Tableau 2.3.3.1 – Statistiques descriptives des fréquences de pertes opérationnelles journalières par type de risque et par compagnie.

	PADS	CPPC	ATCE	EPSE	GELP	FE	FI
Moyenne	0.02	1.11	0.02	0.11	0.29	0.08	0.16
Médiane	0	1	0	0	0	0	0
Mode	0	1	0	0	0	0	0
Variance	0.02	1.79	0.02	0.1	0.57	0.09	1.16
Minimum	0	0	0	0	0	0	0
Maximum	1	9	1	1	6	2	2
Nombre d'observation	3	196	4	19	52	15	28

Clients, Produits et Pratiques Commerciales (CPPC), Actifs Tangibles et Corporels Endommagés (ATCE), Emploi, Pratiques et Sécurité Environnementales (EPSE), Gestion de l'Exécution, de la Livraison et des Processus (GELP), Fraude Externe (FE) et Fraude Interne (FI).

De plus, les catégories des types de risque CPPC et GELP enregistrent un maximum de 9 et 6 pertes respectivement, contre 1 à 2 pertes pour chacune des trois autres catégories retenues.

Enfin, nous constatons que les variances respectives des catégories CPPC et FI sont près de deux fois supérieures à la moyenne des variances de l'ensemble des catégories retenues ce qui laisse supposer qu'une distribution de Poisson n'est pas la mieux indiquée pour modéliser les données, probablement sur dispersées, de ces catégories. En revanche, pour les catégories EPSE, GELP et FE, leur moyenne et leur variance étant relativement proches cela laisse à penser qu'une distribution de Poisson est adéquate pour modéliser ces données.

Malgré ce constat, pour des raisons de simplification, nous optons pour des distributions de Poisson dans chacun des cas.

2.4 MODÈLE LDA

2.4.1 Conditions d'application du modèle

Voici les cinq postulats sur lesquels se fonde le modèle LDA :

1) Le passé est une bonne estimation du futur. En d'autres termes, la fréquence et la sévérité des pertes passées sont représentatives des pertes futures.

2) La base de données doit couvrir un horizon suffisamment long, idéalement cinq années sont préconisées, le minimum toléré étant de trois années. Pour les types de risque dont la fréquence est relativement élevée un horizon d'étude de trois ans suffit tandis que pour les risques dont la fréquence est plus faible un horizon d'étude plus long est préférable.

3) Les différentes catégories de risque doivent contenir des pertes extrêmes. Nous avons fixé pour cette étude un nombre minimum de 15 observations par catégorie de risque, ce qui entraine que les catégories en ayant un nombre moindre ne sont pas retenues.

4) Les données sont justes et fiables.

5) Les pertes opérationnelles sont indépendantes et identiquement distribuées (iid). De plus, les distributions respectives des montants de pertes et de fréquence sont indépendantes.

2.4.2 Présentation du modèle LDA

$$S = \sum_{i=1}^{N} L_i$$

S est l'expression de la perte agrégée sur un horizon de temps défini dans laquelle :

N représente la fréquence des pertes sur un horizon de temps donné ; c'est un nombre aléatoire qui correspond à la distribution des fréquences.

L_i représente la somme déboursée par la compagnie d'assurance suite à un évènement opérationnel. Il est important de différencier une perte directe d'une perte indirecte et de n'inclure que les pertes directes dans le calcul du capital pour évaluer le risque opérationnel. Une perte indirecte est la conséquence de toutes modifications apportées à un processus ou un système afin, par exemple, d'améliorer sa performance suite à un évènement opérationnel. L_i correspond à une observation de la distribution des montants de pertes.

Afin de respecter l'hypothèse (5) énoncée plus haut, N et L_i sont des variables indépendantes.

Le modèle LDA permet de déduire la distribution agrégée S. La perte agrégée par période peut s'obtenir par la simulation de Monte Carlo, que nous allons utiliser plus loin dans cette étude.

2.5 CALCUL DE LA VaR OPÉRATIONNELLE

2.5.1 Agrégation des distributions avec les données internes

Notre objectif étant de calculer la valeur à risque opérationnelle annuelle à un niveau de confiance de 99.9%, nous devons procéder maintenant à l'agrégation des distributions des montants et des fréquences de pertes afin d'obtenir la distribution agrégée de pertes annuelles. Pour cela, comme indiqué précédemment, nous allons avoir recours à une simulation de Monte Carlo.

Nous allons générer un nombre n de pertes par jour selon la distribution de Poisson car nous supposons que toutes les distributions de fréquences par type de risques suivent une loi de Poisson. Ensuite, nous allons générer n montants de pertes X_i par jour, selon la distribution normale car nous supposons que toutes les distributions des montants de pertes par type de risques suivent une loi normale. Nous effectuons cela N fois (N=365, nombre de jours par an), puis nous faisons la somme des X_i pour obtenir le montant de perte annuel.
Nous répétons toutes ces étapes un grand nombre de fois, 1 000 par exemple, afin d'obtenir la distribution des pertes annuelles.
Le quantile d'ordre 99.9% de la distribution agrégée empirique correspond à la VaR :

$$VaR = F^{-1}_{agrégé}(0.999)$$

où $F^{-1}_{agrégé}$ est la distribution cumulative agrégée inverse.

2.5.2 Combinaison des données internes et données externes

La plupart des compagnies d'assurance nord-américaines n'ont pas ou viennent juste de mettre en place un processus de collecte de leurs pertes opérationnelles. De ce fait, les historiques internes possèdent très peu de données relatives à ces pertes. Ils ne reflètent donc pas la réelle exposition des compagnies au risque opérationnel, d'une part en raison d'un nombre d'observations trop faible et d'autre part parce qu'ils ne contiennent pas de pertes extrêmes, c'est-à-dire celles dont la fréquence est faible mais l'impact important. Le recours aux données externes a donc pour but de remédier à ces lacunes. La combinaison des données internes et externes, en apportant plus de précision dans le calcul de la valeur à risque opérationnelle, permet de mieux tenir compte de la réelle exposition de la compagnie au risque opérationnel. Afin de combiner ces deux sources de données, nous devons procéder à la mise à l'échelle des données externes, comme nous l'avons exposé en détail dans la Partie I.

Pour agréger les données internes et externes et en déduire la distribution empirique des pertes annuelles afin de calculer la VaR à un niveau de confiance de 99.9% (soit le 99.9^{ème} centile de cette distribution empirique de pertes annuelles), il faut suivre le processus suivant.

Comme exposé plus haut, nous allons générer un nombre n de pertes par jour selon la distribution de Poisson et générer ensuite n montants de pertes X_i par jour, selon la distribution normale. Les montants de pertes générés doivent être inférieurs à 1M$. Nous répétons cela N fois (N=365, nombre de jours par an), puis pour obtenir le montant de perte annuelle provenant des pertes inférieures à 1M$ nous faisons la somme (S_1) des X_i.

De même, nous allons générer un nombre n* de pertes par année selon la distribution de Poisson et ensuite générer n* montants de pertes X_i, selon la

distribution normale. Les montants de pertes générés doivent être supérieurs à 1M$. Nous faisons la somme (S2) des pertes générées supérieures à 1M$.
En additionnant S_1 et S_2 nous obtenons la perte annuelle totale. Pour avoir une distribution de pertes annuelles, nous reproduisons les étapes ci-dessus un grand nombre de fois (1000 fois, par exemple).

Le 99.9ème centile de cette distribution empirique des pertes annuelle correspond à la VaR à un niveau de confiance de 99.9%.

2.5.3 Détermination de la VaR et impact de la combinaison des données internes et externes sur les résultats

Dans cette section, nous allons procéder à l'agrégation des données internes de la compagnie d'assurance « Allstate Corporation » et de données externes. Nous disposons pour cette compagnie de 11 observations de pertes internes sur la période 1994-2010. Parmi ces pertes opérationnelles, cinq sont de catégorie GELP, deux appartiennent à chacune des catégories CPPC et FE, enfin une seule est observée pour chacune des catégories EPSE et FI. Nous avons pris à présent cette compagnie pour exemple car nous disposons de données pour les cinq types de risque retenus dans cette section (CPPC, EPSE, GELP, FE et FI), ayant chacun un nombre acceptable d'observations. Précédemment notre compagnie de référence était SFGIC car elle comptabilisait dans notre base de données le plus grand nombre de pertes mais associées aux cinq types de risque (CPPC, ATCE, EPSE GELP et FI). Toutefois, comme à présent nous ne tenons plus compte dans l'analyse de la catégorie ATCE à cause de son nombre trop faible d'observations (4), nous pensons que « Allstate Corporation » est une meilleure alternative.

Pour chacune de ces catégories de type de risques, nous avons calculé la moyenne sur la période considérée et la moyenne annuelle : par exemple, pour la catégorie CPPC, les deux pertes s'étant produites en 2002 et 2006, nous considérons un horizon de 5 années et calculons donc une moyenne sur 5 ans

que nous divisons par 5 pour obtenir la moyenne annuelle. L'écart-type sur la période considérée et l'écart-type annuel sont calculés de la même façon. Une fois la moyenne annuelle et l'écart-type annuel connus par type de risques, nous pouvons simuler par la méthode de Monte Carlo un grand nombre de pertes pour chacune des catégories de risques. Nous considérons que les montants de pertes suivent une loi normale pour toutes les catégories de risques. Nous avons simulé 1000 observations de pertes opérationnelles par type de risques.

Nous souhaitons maintenant simuler une distribution de fréquences pour chacune des cinq catégories de risques retenues. Pour cela, nous devons calculer les différents λ associés à chacune des distributions de type de risques. Pour déterminer le λ des différentes distributions, nous utilisons la formule de mise à l'échelle des fréquences suivante :

$$\lambda_i = \exp(\beta_0 + \beta_1 \log(\text{Actifs})_i + \beta_2 \text{Int1}_i + \beta_3 \text{Int2}_i + \beta_3 \text{Int3}_i + \beta_4 \text{Int4}_i)$$

Par exemple pour le type de risque CPPC, nous avons pris la moyenne de l'actif total puis, comme les pertes se sont produites en 2002 et 2006, nous en déduisons que deux intervalles sont concernés, à savoir l'intervalle Int3 (1996-2003) et l'intervalle Int4 (2004-2011). Le calcul du λ permet de simuler une distribution de 1000 fréquences.

Enfin nous multiplions le montant de perte annuelle par la fréquence annuelle pour chacune des 1000 itérations, ce qui permet d'obtenir la distribution des pertes annuelles internes. Le détail des calculs est présenté par le tableau 2.5.3.1.

Tableau 2.5.3.1 – Statistiques descriptives des 16 observations de pertes de la compagnie d'assurance Allstate Corporation.

	Moyenne	Moyenne Annuelle	Ecart-Type	Ecart-type Anuel	Nbr de pertes	Moyenne des actifs	Log(MoyenneActifs)	λ	Période Concernée	Intervalles
CPPC	10.55	2.11	9.970205615	1.994041123	2	130440	5.11541079	1.6055	2002-2006	3 et 4
EPSE	120	120	NA	NA	1	156072	0.708880515	0.9868	2005	4
GELP	17.72	1.042352941	23.83981963	1.402342331	5	122396.6	5.087769354	2.1824	1994-2010	2, 3 et 4
FE	6.75	1.35	4.596194078	0.919238816	2	140119	5.146497029	1.6091	2000-2004	3 et 4
FI	2.8	2.8	NA	NA	1	134142	5.127564777	1.2206	2003	3

Exemple du détail des calculs pour la catégorie CPPC :

Moyenne = average(3.5,17.6) = 10,55M$

Moyenne annuelle = 10,55/5 = 2,64M$

Ecart-type = stdev(3.5,17.6) = 9,97M$

Ecart-type annuel = 9,97/5 = 2,49M$

λ = -0,34 + 0,073*log(130440) + 0,165*1 + 0,275*1 = 1,6055

Dans la relation λ, les deux derniers termes sont relatifs aux intervalles 3 et 4 correspondant respectivement aux périodes 1996-2003 et 2004-2011.

Les centiles 0,9, 0,95, 0,99 et 0,999 de la distribution de pertes internes correspondent à la valeur à risque opérationnelle pour des niveaux de confiances de 90%, 95%, 99% et 99,9%. Ces résultats vont être comparés avec ceux obtenus de la distribution de pertes agrégées, c'est-à-dire de la mise en commun des pertes internes et externes. Les résultats des calculs des VaRs à l'aide des données internes sont présentés par le tableau 2.5.3.2.

Tableau 2.5.3.2 – Calcul des VaRs pour différents niveaux de confiance déduits de la distribution de pertes internes observées pour la compagnie d'assurance Allstate Corporation.

	Moyenne des Pertes Annuelles (M$)	VaR 90% (M$)	VaR 95% (M$)	VaR 99% (M$)	VaR 99.9% (M$)
CPPC	3.34	9.48	12.42	21.42	32.97
EPSE	124.21	242.01	360.45	480.41	602.37
GELP	2.26	7.18	9.22	13.83	18.79
FE	2.15	5.44	6.89	10.63	16.66
FI	3.59	8.58	10.52	15.99	23.5
Total	**135.55**	**272.69**	**399.5**	**542.28**	**694.29**

Simulation de Monte Carlo d'une distribution de 1000 pertes combinant une distribution normale de montants de pertes et une distribution de Poisson de fréquences de pertes. Les paramètres des deux distributions ont été calculés à l'aide des 11 observations de pertes observées.

Nous procédons maintenant à la mise à l'échelle des pertes externes selon la formule de normalisation établie dans la première partie. Pour cela nous prenons comme année de référence 2003 au cours de laquelle Allstate Corporation enregistre un actif total de 134 142M$. La comparaison de la moyenne des montants de pertes internes avec la moyenne des pertes de la

base externe non mise à l'échelle permet de constater un écart significatif entre les deux valeurs respectives, soit 21,1818M$ et 120,9273M$. Cet écart se réduit notablement lorsque les pertes de la base externe sont mises à l'échelle, puisque la moyenne des pertes externes mises à l'échelle atteint 106,1730M$, valeur plus proche de celle calculée pour les pertes internes de la même compagnie.

Une fois la mise à l'échelle effectuée, nous classons les pertes selon leur appartenance à un type de risque. Puis pour chacune des catégories de type de risques, nous calculons la moyenne annuelle, l'écart-type annuel et le paramètre λ qui nous permettrons de simuler selon la méthode de Monte Carlo un grand nombre (1000) de montants et de fréquences annuels de pertes suivant respectivement, une loi normale et une loi de Poisson.

L'intégration de la distribution de pertes externes à celle des pertes internes permet d'obtenir la distribution de pertes agrégées. Les VaRs pour des niveaux de confiances de 90%, 95%, 99% et 99,9% correspondent respectivement au centile 0,9, 0,95, 0,99 et 0,999 de la distribution obtenue.

Le premier constat est que le montant de la VaR augmente avec le niveau de confiance. En effet, la VaR de la distribution des montants de pertes agrégées au niveau de confiance 99,9% est bien plus élevée que celle à un niveau de confiance de 90%, soit respectivement 14 219M$ et 2 177M$.

Ensuite nous remarquons que les montants de la VaR (99,9%), pour la distribution de pertes agrégées, sont les plus élevés pour les catégories de type de risque GELP, CPPC et EPSE avec respectivement 10 265M$, 2 512M$ et 603M$. Cela diffère quelque peu pour la distribution des pertes internes, EPSE étant la catégorie pour laquelle la VaR (99,9%) est la plus élevée (602M$) suivie des catégories CPPC (33M$) et FI (24M$).

Enfin, à n'importe quel niveau de confiance, nous constatons que les VaRs sont presque toutes nettement supérieures pour la distribution de pertes agrégées que pour la distribution de pertes internes. Font exception les VaRs à 90% et 95% calculées pour le type de risque EPSE qui sont légèrement supérieures pour

la distribution de pertes internes (respectivement 242M$ et 360M$) que pour la distribution de pertes agrégées (respectivement 240M$ et 296M$). Cela se traduit par des variations en pourcentage et montants en dollars négatifs. Par contre les VaRs à 99% et 99,9% pour ce même type de risque sont plus élevées pour la distribution de pertes agrégées que pour la distribution de pertes internes, mais toutefois très proches c'est pourquoi les variations en pourcentages et montants en dollars sont quant à elles voisines de 0.

Par exemple, si nous tenons compte seulement des données de pertes internes de Allstate Corporation, la VaR totale à 99,9% est de 694M$ alors qu'elle s'élève à 14 219M$ lorsque nous considérons les données externes qui intègrent les pertes extrêmes à la base de données internes de la compagnie. La VaR totale de la distribution interne sous-estime de 13 524M$, soit 1 948% la VaR totale obtenue à partir de la distribution de pertes agrégées. Les tableaux 2.5.3.3, 2.5.3.4 et 2.5.3.5 consignent ces derniers résultats.

Tableau 2.5.3.3 – Calcul des VaRs pour différents niveaux de confiance à l'aide de la distribution de pertes agrégées pour la compagnie d'assurance Allstate Corporation.

	Moyenne des Pertes Annuelles (M$)	VaR 90% (M$)	VaR 95% (M$)	VaR 99% (M$)	VaR 99.9% (M$)
CPPC	56.52	330.81	558.02	1265.03	2511.527
EPSE	76.64	239.63	295.96	481.29	603.33
GELP	169.07	1478.69	2678.25	6140.74	10265.49
FE	13.31	59.61	103.39	191.05	366.14
FI	14.2	67.85	121.74	275.44	472.17
Total	**329.74**	**2176.59**	**3757.36**	**8353.55**	**14218.657**

Simulation de Monte Carlo d'une distribution de 2000 pertes combinant une distribution normale de montants de pertes agrégées et une distribution de Poisson de fréquences de pertes agrégées. Les paramètres des deux distributions ont été calculés à l'aide des pertes externes mise à l'échelle de la compagnie.

Tableau 2.5.3.4 – Variation en pourcentage, pour la compagnie d'assurance Allstate Corporation, des VaRs calculées pour différents niveaux de confiance à l'aide respectivement, des distributions de pertes internes et agrégées.

	Moyenne des Pertes Annuelles	VaR 90%	VaR 95%	VaR 99%	VaR 99.9%
CPPC	1592%	3390%	4393%	5806%	7518%
EPSE	-38%	-1%	-18%	0%	0%
GELP	7381%	20495%	28948%	44302%	54533%
FE	519%	996%	1401%	1697%	2098%
FI	296%	691%	1057%	1623%	1909%
Total	**143%**	**698%**	**841%**	**1440%**	**1948%**

Tableau 2.5.3.5 - Variation en dollars, pour la compagnie d'assurance Allstate Corporation, des VaRs calculées, pour différents niveaux de confiance, à l'aide respectivement, des distributions de pertes internes et agrégées.

	Moyenne des Pertes Annuelles (M$)	VaR 90% (M$)	VaR 95% (M$)	VaR 99% (M$)	VaR 99.9% (M$)
CPPC	53.18	321.33	545.6	1243.61	2478.557
EPSE	-47.57	-2.38	-64.49	0.88	0.96
GELP	166.81	1471.51	2669.03	6126.91	10246.7
FE	11.16	54.17	96.5	180.42	349.48
FI	10.61	59.27	111.22	259.45	448.67
Total	**194.19**	**1903.9**	**3357.86**	**7811.27**	**13524.367**

Ainsi l'agrégation des distributions de pertes externes et internes permet d'une part d'augmenter le nombre d'observations de pertes et d'autre part d'inclure des pertes extrêmes rendant possible un calcul plus précis de la valeur à risque opérationnelle en meilleure adéquation avec la possible exposition au risque de la compagnie.

2.6 CONCLUSION

La méthode LDA a la particularité de modéliser les distributions de pertes opérationnelles en fonction du type de risque. Elle a pour résultats une meilleure modélisation et des ajustements plus précis des distributions de pertes permettant de calculer avec plus de précisions le montant de la valeur à risque à conserver comme capital opérationnel.

L'analyse de statistiques descriptives sur les montants et les fréquences de pertes, nous a permis de constater que les distributions Normale et de Poisson ne sont pas les mieux appropriées à certaines catégories de types de risque et par conséquent, un ajustement de ces distribution serait utile à l'obtention d'une VaR plus précise. Toutefois nous avons choisi de modéliser toutes nos distributions de pertes opérationnelles par des lois Normale ou de Poisson, bien conscients du manque de précision de nos calculs finaux ayant pour conséquence une sous-évaluation ou une surévaluation du capital conservé.

Néanmoins, l'intégration des données externes aux données internes par la simulation de Monte Carlo permet dans un premier temps de calculer une valeur à risque opérationnelle plus représentative de la réelle exposition de la compagnie au risque opérationnel. L'intégration de données externes permet donc de compléter avantageusement les données internes généralement limitées d'une compagnie, notamment en ce qui concerne les pertes extrêmes dont la fréquence est faible mais l'impact important, un historique interne incomplet entrainant inévitablement une sous-évaluation du capital opérationnel à provisionner.

CONCLUSION GÉNÉRALE

Sous les directives des autorités réglementaires, les compagnies d'assurance sont désormais contraintes de garder en réserve un capital de risque apte à absorber des pertes éventuelles. Pour cela, les compagnies doivent évaluer le capital à provisionner en fonction des divers risques auxquels elles sont confrontées (marché, crédit, liquidité, opérationnel, …). Différentes méthodes pour calculer ce capital existent et il incombe à chaque compagnie de décider de la méthode à appliquer. Les diverses approches présentent des avantages et des inconvénients.

La méthode interne a pour avantages de calculer une VaR reflétant avec plus de précision la réelle exposition au risque de l'entreprise que la VaR déduite de la formule standard. Cependant, les ajustements adéquats doivent être appliqués aux distributions de montants et de fréquences des pertes. Quant aux inconvénients, cette méthode est plus couteuse et difficile à implémenter car elle nécessite un historique de pertes internes. Or le plus souvent, les compagnies d'assurance commencent tout juste à collecter leurs pertes dont il résulte des historiques de pertes internes offrant un trop petit nombre d'observations. De plus ces historiques sont incomplets en ce sens qu'il n'y a pas ou peu de pertes extrêmes dont la probabilité est faible mais l'impact sévère. D'où la nécessité d'avoir recours à des données externes, mises à l'échelle de la compagnie d'assurance concernée, pour compléter l'historique des pertes internes de cette dernière et pouvoir finalement calculer sa valeur à risque opérationnelle pour plusieurs niveaux de confiance.

Dans le premier chapitre, nous avons montré comment il était possible de mettre à l'échelle d'une compagnie en particulier, des observations de pertes extrêmes, c'est-à-dire supérieures à un million de dollars. Dans la littérature, beaucoup d'études prennent seulement en considération la taille de la compagnie (modélisée généralement sur la base du total de ses actifs ou bien de ses revenus) pour expliquer la variation des montants de pertes de compagnies

dont les caractéristiques sont différentes. Cependant, l'étude de Hela Dahen et Georges Dionne (2010) sur la quantification du risque opérationnel des institutions bancaires montre que d'autres variables (le lieu de la perte, la ligne d'affaire dans laquelle la perte s'est produite ainsi que le type de risques ayant engendré cette même perte) sont pertinentes pour expliquer la variation des montants de pertes. C'est pourquoi, à l'exemple de Hela Dahen et Georges Dionne (2010), nous avons intégré ces trois variables additives dans notre modèle de régression. Nos résultats vont dans le même sens que ceux obtenus par Dahen et Dionne, à savoir que l'ajout de ces trois variables permet d'accroitre le pouvoir significatif du modèle ce qui indique d'une part, que ces variables sont pertinentes et d'autre part, que la taille de l'entreprise n'explique qu'un faible pourcentage de la variation des montants de pertes. Nous en avons déduit une formule de normalisation des pertes externes, que nous avons appliquée à State Farm General Insurance Company. Il nous a été possible de valider le modèle de mise à l'échelle parce que la moyenne totale des montants de pertes externes mises à l'échelle se rapproche de celle des pertes réellement subies par State Farm General Insurance Company.

Dans le même esprit, nous avons développé un modèle de mise à l'échelle des fréquences de pertes. Nous avons supposé pour des raisons simplificatrices que la distribution suivait une loi de Poisson. Nous sommes cependant conscients qu'une certaine surdispersion des données serait mieux représentée par une loi binomiale négative.

Dans le second chapitre nous avons procédé au calcul de la valeur à risque opérationnelle pour différents niveaux de confiance (90%, 95%, 99% et 99,9%). Nous avons utilisé la simulation de Monte Carlo pour générer un grand nombre de pertes internes et externes mises à l'échelle en fonction des paramètres μ, σ et λ correspondants. La mise en commun des pertes internes et externes mises à l'échelle, permet d'obtenir une distribution de pertes agrégées. Les centiles 0,9, 0,95, 0,99 et 0,999 de la distribution de pertes agrégées correspondent respectivement aux VaRs à des niveaux de confiance de 90%, 95%, 99% et 99,9%.

Toutefois, il est important de préciser que les mesures de VaRs obtenues n'ont pas une précision satisfaisante. En effet, nous avons supposé pour des raisons simplificatrices que la distribution des montants de pertes suivait une loi normale et que la distribution des fréquences de pertes suivait une loi de Poisson. Divers ajustements sur ces distributions auraient permis de calculer une valeur à risque opérationnelle bien plus précise, c'est-à-dire reflétant la réelle exposition de la compagnie au risque opérationnel. C'est notamment ce qu'ont fait Hela Dahen et Georges Dionne (2010) dans leur étude sur la quantification du risque opérationnel pour les institutions bancaires. Ils ont en effet testé pour six types de risques (un type de risque ayant été négligé en raison d'un nombre trop faible d'observations) différentes distributions aussi bien pour les montants que pour les fréquences des pertes. Pour chacun des types de risques, ils ont pu retenir la distribution la mieux adaptée pour les montants et les fréquences de pertes ce qui leur a permis de calculer une valeur à risque opérationnelle avec une grande précision. Les institutions bancaires peuvent aussi se baser sur leur modèle pour calculer avec le maximum de précision le capital opérationnel requis.

L'application de la méthode de Hela Dahen et Georges Dionne (2010) au calcul de la VaR opérationnelle pour les compagnies d'assurance permettrait d'améliorer incontestablement la précision des résultats obtenus dans la présente étude.

ANNEXE

Montants de l'actif total de State Farm General Insurance Company entre 1979 et 2011.

Année de la Perte	Total des Actifs (M$)
1979	104.2
1980	104.2
1981	104.2
1982	104.2
1983	104.2
1984	104.2
1985	104.2
1986	104.2
1987	104.2
1988	104.2
1989	104.2
1990	104.2
1991	104.2
1992	104.2
1993	104.2
1994	104.2
1995	149.1
1996	149.1
1997	743.1
1998	1358.4
1999	1781.8
2000	1987.6
2001	2258.4
2002	2675
2003	3106.1
2004	3106.1
2005	3899.5
2006	4192.7
2007	4359.9
2008	4359.9
2009	4359.9
2010	4359.9
2011	4359.9

Mise à l'échelle de trois pertes issues de la base de données externe.

Cie	Perte Observée (M$)	Année	Total des Actifs (M$)	Lieu	Ligne d'Affaire	Type de Risque
Jackson National Life Insurance Co.	12	31/12/1999	243,098.27	North America\United States	Insurance - Life & Health (Non-BIS)	External Fraud
Aetna Inc.	2.3	27/03/2000	35,850.50	North America\United States	Insurance - Life & Health (Non-BIS)	Internal Fraud
London Life Insurance Co.	119	30/06/2001	379,883.43	North America\Canada	Insurance - Life & Health (Non-BIS)	Clients Products and Business Practices

Les pertes externes ci-dessus vont être mises à l'échelle de State Farm General Insurance Company. L'année, la ligne d'affaire et le type de risque des pertes externes sont conservés. La variable « total des actifs » est ajustée en fonction de l'année à la compagnie choisie et le lieu est uniquement EU.

Cie	Perte mise à l'échelle (M$)	Année	Total des Actifs (M$)	Lieu	Ligne d'Affaire	Type de Risque
State Farm General Insurance Company	**A déterminer**	1999	**1781.8**	EU	Insurance - Life & Health (Non-BIS)	External Fraud
State Farm General Insurance Company	**A déterminer**	2000	**1987.6**	EU	Insurance - Life & Health (Non-BIS)	Internal Fraud
State Farm General Insurance Company	**A déterminer**	2001	**2258.4**	EU	Insurance - Life & Health (Non-BIS)	Clients Products and Business Practices

Pour calculer la perte mise à l'échelle, nous devons calculer la composante idiosyncratique de la perte externe et la composante idiosyncratique de la compagnie choisie à l'aide des régressions suivantes :

$$G(Comp_{spécifique})_A = \exp(\hat{a}_1 Taille_A + \hat{a}_2\, EU_A + \hat{a}_3 EF_A + \hat{a}_4 IF_A)$$

$$G(Comp_{spécifique})_B = \exp(\hat{a}_1 Taille_B + \hat{a}_2\, EU_B + \hat{a}_3 EF_B + \hat{a}_4 IF_B)$$

$$Perte(A) = \frac{G(CompSpécifique(A))}{G(CompSpécifique(B))} \times Perte(B)$$

Cie	Perte Observée (Externe B)	Compo Idio (Externe B)	Compo Idio A	Perte à l'échelle
Travelers Insurance Co.	12	0.306898732	0.258714205	10.11594424
AXA Group-No Firm Available	2.3	0.271785974	0.245800836	2.080099699
First American Corporation	119	1.562632702	0.61213898	46.61654562

Détail des calculs des résultats de la première ligne :

0,3069 = exp(0,08*log(243098,27) + (-0,7591)*1 + (-0,853)*1 + (-0,908)*0

0.2587 = exp(0,08*log(1781,8) + (-0,7591)*1 + (-0,853)*1 + (-0,908)*0

10,1159 = (0,2587/0,3069)*12

Les résultats des deux autres lignes sont obtenus par la même méthode.

BIBLIOGRAPHIE

ABC Bourse, site internet, « La Value At Risk (VAR) », consulté le 17/10/2017 : https://www.abcbourse.com/apprendre/19_value_at_risk.html

Artzner, P., Delbaen, F., Eber, JM. et Heath, D., (Juillet 1999), « Coherent Measures of Risk», *Mathematical Finance, Vol 9, No. 3*, 203-228.

Bocker, K. et Kluppelberg, C., (2005), « Operational VaR : a Closed-Form Approximation », PDF.

Chapelle, A., Crama, Y., Hubner, G. et Peters, JP., (Mai 2004), « Basel II and Operational Risk : Implication for risk measurement and management in the financial sector », *National Bank of Belgium (NBB), Working Papers, No. 51*.

Chernobai, A., (Mars 2006), « Applying Robust Methods to Operational Risk Modelling», PDF.

Dahen, H. (2006), « La Quantification du Risque Opérationnel des Institutions Bancaires », Thèse de doctorat, HEC Montréal, 1-52, 87-127.

Dahen, H. et Dionne, G. (2010), « Scaling models for the severity and frequency of external operational loss data », *Journal of Banking & Finance 34 published by Elsevier*, 1484-1496.

Dionne, G. (2017), *Gestion des Risques (théories et applications), Edition Economica,* Chapitre 12 « Quantification du risque opérationnel des institutions bancaires ».

Frachot, A., Georges, P. et Roncalli, T., (April 2001), « Loss Distribution Approach for operational Risk», Groupe de Recherche Opérationnelle, Crédit Lyonnais, France, http://gro.creditlyonnais.fr.

Hartung, T., (2002), «Considerations to the Quantification of Operational Risks», PDF.

Pavel Shevchenko, V., (June 2013), « Loss Distribution Approach for Operational Risk Capital Modelling under Basel II : Combining Different Data Sources for Risk Estimation», *The Journal of Governance and Regulation 2(3),* 33-57.

Shih, J., Samad-Khan, AH. et Medapa, P. (Février 2000), « Is the Size of an Operational Loss Related to Firm Size ? »,*Journal of Operational Risk*, PDF.

Wikipédia, site internet, « Liste des crises monétaires et financières », consulté le 23/09/2017 :
https://fr.wikipedia.org/wiki/Liste_des_crises_mon%C3%A9taires_et_financi%C3%A8res