

HEC MONTRÉAL

Effet de l'utilisation de swaps dans la gestion du risque de taux d'intérêt des régimes de
retraite à prestations déterminées

par
Claudia Gagné

Sciences de la gestion
(Ingénierie financière)

*Mémoire présenté en vue de l'obtention
du grade de maîtrise ès sciences
(M.Sc.)*

Novembre 2008
© Claudia Gagné, 2008

Remerciements

Je tiens à remercier en premier lieu mon directeur de recherche, M. Georges Dionne, pour ses conseils avisés, sa disponibilité et surtout sa faculté d'adaptation.

Je remercie également Jocelyn Guérin et Vincent Jacob-Goudreau pour leur patience infinie et leur contribution à ce mémoire. Je tiens à mentionner aussi le soutien important de M. Claude Lockhead qui a su comprendre l'importance de l'obtention de cette maîtrise en m'accordant le temps nécessaire à la rédaction de ce mémoire.

Je ne voudrais pas oublier ma famille et mes amis qui m'ont aidé à réviser ce mémoire et m'ont apporté un soutien moral indispensable.

Je souligne également l'IFM2 et la Chaire de recherche du Canada en gestion des risques pour leur soutien financier.

Sommaire

Ce texte a pour objet de vérifier l'effet de l'utilisation de swaps de taux d'intérêt sur le risque d'un régime à prestations déterminées. Nous quantifions cet effet et nous déterminons le niveau optimal de couverture en utilisant un régime de retraite enregistré au Québec. Ces calculs sont effectués à l'aide de projections stochastiques de différentes variables d'intérêt telles que le ratio de solvabilité, le ratio de capitalisation, la cotisation de l'employeur ainsi que le rendement excédentaire de la valeur de l'actif sur la valeur du passif.

De plus, nous vérifions si une disposition d'indexation des prestations prévues a un impact sur le niveau de couverture optimal du risque de taux d'intérêt.

Table des matières

Remerciements	iii
Sommaire	iv
Table des matières	v
Liste des tableaux	viii
Liste des figures	ix
1 Introduction	1
2 Revue de la littérature	3
2.1 L'avenir des régimes de retraite à prestations déterminées	3
2.2 Gestion actif-passif	7
2.3 Swaps	10
3 Fonctionnement des régimes de retraite au Québec	17

3.1	Principes de base	17
3.2	Financement	22
4	Méthodologie et modèles	28
4.1	Génération des scénarios économiques	28
4.1.1	Structure à terme des taux d'intérêt	29
4.1.2	Inflation	33
4.1.3	Rendement des actions	34
4.2	Projection du passif du régime	37
4.3	Projection de l'actif du régime	39
4.4	Projection du rendement apporté par le swap	40
5	Résultats et discussion	41
5.1	Caractéristiques du régime de retraite	41
5.2	Comparaison avec Engel <i>et al.</i> (2005)	43
5.3	Niveau de couverture optimal	45
5.4	Modification des dispositions du régime	50
5.5	Discussion	53
6	Conclusion	55
	Bibliographie	57
A	Liste des portefeuilles de référence testés	60

B Hypothèses d'évaluation actuarielle du passif du régime au 31 décembre**2006****62**

Liste des tableaux

2.1	Instruments financiers utilisés pour couvrir les risques des régimes de retraite	10
2.2	Dispositions d'indexation du régime de Engel et al. (2005)	15
4.1	Paramètres du modèle à changement de régime	36
5.1	Statistiques des neuf portefeuilles optimaux retenus	48
5.2	Statistiques des neuf portefeuilles optimaux retenus avec une pleine couverture	49
5.3	Statistiques des neuf portefeuilles optimaux retenus sans couverture	50
5.4	Statistiques des neuf portefeuilles optimaux retenus sans indexation	51
5.5	Statistiques des neuf portefeuilles optimaux retenus sans couverture et sans indexation	52
A.1	Répartition des portefeuilles de référence	61
B.1	Hypothèses utilisées - évaluation actuarielle au 31 décembre 2006	63

Liste des figures

3.1	Intervenants d'un régime de retraite	21
5.1	Effet de l'utilisation de swaps sur le ratio de capitalisation (Engel <i>et al.</i>) . .	44
5.2	Effet de l'utilisation de swaps sur le ratio de capitalisation (Gagné)	44
5.3	Effet de l'utilisation de swaps sur le ratio de solvabilité (Gagné)	45
5.4	Relation récompense-risque du rendement excédentaire des 189 portefeuilles	47

Chapitre 1

Introduction

Les régimes de retraite à prestations déterminées sont mis sur pied par les employeurs souhaitant offrir un véhicule de retraite à leurs employés. Le fardeau financier et administratif important lié au maintien de ce type de régime a entraîné au courant de la dernière décennie plusieurs terminaisons et conversions vers des régimes à cotisation déterminée.

Les régimes à prestations déterminées sont exposés à plusieurs risques, notamment l'inflation, la mortalité et les taux d'intérêt. La situation financière d'un tel régime est particulièrement sensible aux mouvements de taux d'intérêt, car la durée de la valeur du passif est généralement beaucoup plus élevée que celle de la valeur de l'actif. Différents instruments peuvent être utilisés pour diminuer ce désappariement, tels que les obligations de longue échéance, les contrats à terme et les swaps de taux d'intérêt. Les swaps offrent une flexibilité et une liquidité supérieures à d'autres instruments et peuvent représenter

une solution intéressante.

L'objectif de ce mémoire est de a) vérifier si l'utilisation des swaps de taux d'intérêt peut effectivement réduire le risque de désappariement d'un régime à prestations déterminées et b) déterminer le niveau de couverture optimal.

Nous effectuerons des projections de la valeur de l'actif et la valeur du passif en utilisant un générateur de scénarios économiques. Ces projections stochastiques nous permettront d'obtenir des statistiques sur des variables d'intérêt telles que le ratio de solvabilité, le ratio de capitalisation, la cotisation de l'employeur et le rendement excédentaire de l'actif sur le passif.

Ce mémoire est divisé en cinq chapitres. Le chapitre 2 présente la revue de la littérature relative à la situation actuelle des régimes de retraite, à l'utilisation de la gestion actif-passif dans ces régimes ainsi qu'à l'application des swaps. Au chapitre 3, nous expliquons le fonctionnement des régimes de retraite au Québec. Le chapitre 4 s'attarde aux modèles et à la méthodologie que nous avons utilisés pour effectuer les projections de l'actif et du passif. Finalement, les résultats sont présentés au chapitre 5.

Chapitre 2

Revue de la littérature

2.1 L'avenir des régimes de retraite à prestations déterminées

De nombreux intervenants dans le milieu des régimes de retraite, provenant autant de la pratique que du milieu académique, font état de la "crise" dans laquelle se retrouvent les régimes de retraite à prestations déterminées.

Nous décrirons en détails les caractéristiques et le fonctionnement de ce type de régime au chapitre 3. Mentionnons simplement ici que ces régimes prévoient le paiement d'une prestation de retraite dont le montant est fonction de facteurs tels que le salaire et le nombre d'années de participation au régime, sans égard au rendement des actifs de la caisse de retraite. Le promoteur du régime doit donc s'assurer de financer adéquatement le

régime afin d'être en mesure de payer les prestations promises aux participants. Ainsi, le risque d'investissement est supporté par le promoteur et non par le participant.

La crise susmentionnée se caractérise principalement par la détérioration de la situation financière de ces régimes depuis la fin des années 1990. L'excellente performance des marchés financiers au courant des années 1990 a mené la grande majorité des régimes de retraite à prestations déterminées vers des degrés de solvabilité élevés. Depuis 2000, nous avons observé un revirement de situation important. En date du 31 décembre 2000, environ 15% des régimes de retraite canadiens étaient en déficit de solvabilité, puis ce pourcentage s'est élevé à 65% au 31 décembre 2002 pour atteindre un sommet de 81% au 31 décembre 2005. Au 31 décembre 2007, ce même pourcentage se situait à 66% (Aon, 2008). À l'échelle du Québec, la situation était semblable, avec environ 70% des régimes en déficit au 31 décembre 2002 (Régie des rentes du Québec, 2003).

Différentes raisons sont identifiées comme étant la source de cette détérioration. Clark et Monk (2006) imputent la détérioration des régimes à l'ignorance de trois risques ayant eu des effets dévastateurs. Premièrement, le risque de longévité a été accentué par l'amélioration de la mortalité. L'espérance de vie s'améliorant plus rapidement que ce qui était anticipé, le coût relié au versement des prestations de retraite a également dépassé les prévisions. Deuxièmement, le risque d'inflation s'est avéré important pour les régimes de retraite prévoyant l'indexation des prestations. Troisièmement, le risque de financement relié aux changements de réglementation des régimes a introduit une volatilité importante des

cotisations du promoteur de régime ainsi qu'une augmentation des coûts d'administration nécessaires au maintien du régime.

Clark et Monk (2006) identifient un facteur supplémentaire ayant contribué à la détérioration des régimes. Les promoteurs, en constatant la situation financière enviable de leur régime dans les années 1990, n'ont pas hésité à améliorer les prestations de retraite déjà prévues. Ces améliorations n'étant pas accordées simultanément, mais s'échelonnant plutôt sur plusieurs années, apparaissaient alors comme ayant chacune un effet relativement petit sur la situation financière et le coût des régimes. Mises bout à bout et combinées aux risques sous-estimés décrits plus haut, ces améliorations ont augmenté de façon très importante le fardeau des promoteurs des régimes à prestations déterminées.

L'Institut canadien des actuaires (2007), outre les facteurs identifiés par Clark et Monk (2006), attribuent la détérioration des régimes à prestations déterminées à la diminution des taux d'intérêt, à la volatilité des marchés, et à l'incertitude quant à la propriété des surplus des régimes et des congés de cotisation liés à ces surplus. Nous reviendrons sur le financement des régimes de retraite et son impact pour le promoteur au chapitre 3.

L'Institut canadien des actuaires (2007), en plus d'identifier les causes de la précarité des régimes à prestations déterminées, énonce les avantages que procure ce type de régimes, notamment la sécurité accrue pour les participants, et leur importance au sein du système de pensions canadien. Nous nous y attarderons au chapitre 3.

Ezra (2007) met en lumière l'effet des hypothèses actuarielles utilisées pour évaluer la provision actuarielle (le passif) des régimes et par ricochet la cotisation nécessaire pour financer cette provision. L'auteur souligne que les actuaires, afin d'évaluer le passif, ont historiquement utilisé des taux d'actualisation basés sur l'espérance de rendement des actifs du régime sans égard au risque de ces actifs. Selon cette méthode, la valeur du passif d'un régime de retraite dont la caisse est investie à 70% en actions est évaluée avec un taux d'actualisation plus élevé que celle d'un régime investi à 40% en actions. Un taux d'actualisation plus élevé a pour effet de diminuer la provision actuarielle et la cotisation requise. Il peut paraître logique que le coût de financement soit moins élevé pour un régime dont les actifs sont investis plus agressivement. Par contre, le risque associé à une perte éventuelle suite à des mauvais rendements des marchés financiers est plus élevé pour un régime investi fortement en actions que pour un régime investi de façon conservatrice. Ainsi, l'utilisation d'un taux d'actualisation plus élevé pour un régime investi fortement en actions exacerbe la perte potentielle reliée à de mauvais rendements de marché.

Merton (2008) explique la détérioration de la situation financière des régimes exactement de la même façon qu'Ezra (2007).

L'effet de l'insolvabilité des régimes sur leur pérennité est bien documenté. Waring et Siegel (2007) énoncent la menace des promoteurs de fermer ces régimes à de nouvelles adhésions, soit en limitant la participation aux participants actuels, ou encore en stoppant l'accumulation d'années de participation aux fins du calcul de la prestation de retraite. Le

régime subit alors une terminaison graduelle à mesure que les participants actuels prennent leur retraite, et éventuellement décèdent. Selon Waring et Siegel (2007), les promoteurs considèrent les régimes à prestations déterminées comme étant trop onéreux et trop risqués, considérant l'impact de plus en plus grand sur leurs états financiers. Que ce soit un promoteur privé ou public, les risques liés aux régimes à prestations déterminées sont perçus comme étant difficiles à gérer.

Pozzebon (2004) documente la tendance des promoteurs canadiens à favoriser la mise sur pied d'autres véhicules d'épargne-retraite, tels que les régimes à cotisation déterminée, ou les REER collectifs. L'auteur explique cette tendance, non seulement par le fardeau administratif et financier important, mais aussi par des changements structurels du marché de l'emploi, celui-ci étant de plus en plus concentré dans des secteurs de services plutôt que manufacturiers, ainsi que par la diminution de la syndicalisation.

2.2 Gestion actif-passif

La gestion des risques des régimes de retraite à prestations déterminées devenant nécessaire pour les promoteurs, des techniques ont été développées à cet effet. L'une de ces techniques est désignée par la gestion actif-passif.

Blake (2006) résume l'utilité, les avantages et les inconvénients de la gestion actif-passif. Il décrit la gestion actif-passif comme étant une façon de se protéger contre l'incertitude liée aux hypothèses économiques et démographiques utilisées pour évaluer la valeur ac-

tualisée des actifs et la provision actuarielle du régime (le passif). Selon la description de l'auteur, la gestion actif-passif consiste à projeter l'actif et le passif du régime selon différents scénarios et sur un horizon donné, par exemple de 5, 10 ou 15 ans. Ainsi, on obtient une distribution du surplus ou de la cotisation de l'employeur. Les scénarios défavorables aident les fiduciaires du régime à évaluer le risque auquel ils sont confrontés.

Blake (2006) identifie deux utilisations principales d'une projection actif-passif. Premièrement, ce type d'étude permet d'identifier les conséquences d'une stratégie d'investissement. Deuxièmement, on peut utiliser ces projections pour analyser des stratégies alternatives offrant de meilleures chances d'atteindre les objectifs du régime. L'auteur fournit deux exemples d'utilisation. Premièrement, le résultat de la projection peut illustrer que d'une part, en moyenne, les rendements de la stratégie d'investissement actuelle n'entraîneront pas de variation de la cotisation requise de l'employeur, mais que d'autre part, dans les pires scénarios, cette cotisation augmenterait de 10% sur un horizon de 5 ans. Le deuxième exemple est lié à la démographie du régime. Dans le cas d'un régime de retraite où la moyenne d'âge des participants augmente avec le temps, une projection actif-passif peut démontrer qu'une augmentation des actifs alloués à des revenus fixes augmenterait la probabilité que la valeur des actifs soit suffisante pour payer les prestations de retraite dans l'avenir.

Blake (2006) met en lumière les limites des projections actif-passif. Tout d'abord, comme dans tout modèle, les projections ne sont valables que si les hypothèses utilisées le sont aussi.

Ensuite, il mentionne que certains gestionnaires de fonds de placements sont réticents à utiliser cette technique. Les modèles actif-passif étant développés et utilisés par les actuaires et non pas les gestionnaires de placements, ces derniers voient d'un mauvais oeil l'implication grandissante des actuaires dans la détermination de l'allocation des actifs, ce rôle ayant traditionnellement été rempli par les gestionnaires.

La méthode de projection actif-passif est variable selon l'objectif de l'étude. Boender (1997) développe un modèle de projections en deux étapes, soient la simulation et l'optimisation. Ici, l'objectif de la projection est de déterminer les allocations d'actifs optimales. Dans un premier temps, le modèle génère des scénarios permettant de simuler l'effet de différentes stratégies d'investissement. Chaque stratégie d'investissement est évaluée en projetant deux variables, soient la cotisation de l'employeur ainsi que le surplus (déficit) de solvabilité du régime, pour tous les scénarios générés. Cette étape est identifiée comme celle de la simulation.

Dans un deuxième temps, une optimisation est effectuée afin d'identifier les meilleures stratégies d'investissement parmi celles projetées à l'étape de la simulation. L'optimisation est effectuée en traçant une frontière efficace de deux éléments, l'écart-type du déficit de solvabilité et la cotisation de l'employeur en % de la masse salariale. En testant le modèle de projection sur un régime en particulier, l'étude démontre que l'allocation d'actifs initiale ne se situe pas sur la frontière efficace et que des allocations d'actifs alternatives offrent une meilleure relation récompense-risque, la récompense étant dans ce cas représentée par

le niveau de cotisation et le risque par la volatilité du déficit.

Contrairement à Boender (1997), Josa-Fombellida et Rincon-Zapatero (2004) ont utilisé un modèle actif-passif afin, non pas d’optimiser la stratégie d’investissement, mais plutôt d’identifier une méthode de capitalisation minimisant le risque de variation de la cotisation et le risque d’insolvabilité. Les auteurs cherchent ici à optimiser le rythme de financement du régime tout en respectant des limites bien définies de cotisation maximale et de solvabilité minimale.

2.3 Swaps

Traditionnellement, la gestion du risque global était limitée à la diversification des catégories d’actif, d’ailleurs requise par les organismes de réglementation des régimes enregistrés. De plus en plus, des stratégies d’investissement sont appliquées afin de minimiser des risques bien précis.

Blake (2006) résume les principales catégories d’actif et produits dérivés utilisés pour couvrir les risques liés au passif des régimes de retraite. Nous les présentons au tableau 2.1.

Risque	Protection traditionnelle	Produit dérivé
Inflation	Obligations à rendement réel	Swaps d’inflation
Taux d’intérêt	Obligations à taux d’intérêt fixe	Swaps de taux d’intérêt
Longévité	Obligations de longévité	Swaps de mortalité
Stabilité financière du promoteur	Lettre de crédit	Swaps de défaut de crédit (CDS)

Tableau 2.1: Instruments financiers utilisés pour couvrir les risques des régimes de retraite

Nous résumons d'abord le fonctionnement et l'utilisation de ces produits dérivés. Nous reviendrons plus en détails sur les swaps de taux d'intérêt en fin de chapitre.

Les swaps de taux d'intérêt sont les plus utilisés, principalement parce que le risque de taux d'intérêt constitue le risque le plus important. Le contrat d'un swap de taux d'intérêt standard prévoit l'échange d'un taux variable contre un taux fixe. Le payeur du taux fixe versera au payeur du taux variable, selon la fréquence déterminée par le contrat, un flux financier calculé en appliquant le taux fixe sur un montant notionnel prédéterminé. Le payeur du taux variable versera, en retour du taux fixe, un montant calculé en appliquant, sur le même montant notionnel, le taux variable en vigueur au courant de la période s'étant écoulée depuis le dernier échange.

Le taux flottant appliqué varie en fonction du marché dans lequel le swap est échangé. Ce taux peut être le LIBOR, l'Euribor, ou le BA (Banker's Acceptance). Le taux utilisé au Canada est le BA. Le taux fixe est déterminé tel qu'à l'initiation du contrat, la valeur actualisée des flux financiers de la partie flottante est égale à la valeur actualisée des flux financiers de la partie fixe. Ces taux sont publiés quotidiennement par les institutions financières.

L'échéance du swap peut s'étendre jusqu'à 50 ans. Toutefois, la liquidité des swaps dont l'échéance est supérieure à 30 ans est limitée. Ainsi, les régimes se limitent généralement à cette échéance. Comme mentionné précédemment, l'objectif des régimes est d'augmenter la durée de l'actif afin de diminuer le désappariement actif-passif du régime. Conséquemment,

les régimes de retraite sont généralement payeur de taux variable et receveur de taux fixe.

Les swaps d'inflation prévoient l'échange d'un taux d'intérêt fixe contre un taux d'inflation. Les régimes de retraite qui accordent des prestations indexées, pleinement ou partiellement, sont particulièrement sensibles au risque d'inflation et vont entrer dans un swap en étant payeur de taux fixe et receveur de taux d'inflation.

Il est possible pour les régimes de couvrir le risque de mortalité. La perte liée à ce risque survient lorsque les taux de mortalité réels sont inférieurs aux hypothèses utilisées dans l'évaluation actuarielle, les prestations de retraite étant payées plus longtemps que prévu. Un swap de mortalité prévoit l'échange de flux financiers où la partie fixe est calculée selon une certaine table de mortalité et où la partie flottante varie en fonction de la mortalité réalisée.

Un autre risque auquel font face les régimes de retraite est le risque de défaut du promoteur du régime. L'événement de défaut survient lorsque le promoteur omet de verser la cotisation requise au financement du régime. Un swap de défaut de crédit (CDS) peut être acheté en versant un paiement fixe à une banque qui versera, au moment du défaut, un paiement au régime. La valeur de ce paiement doit être bien définie dans le contrat pour refléter la perte sur la valeur de l'actif du régime causée par l'événement de défaut.

Attardons-nous maintenant au risque de taux d'intérêt. Le passif des régimes de retraite a typiquement une durée assez longue, allant jusqu'à 20 ans. Comme les obligations

traditionnelles ont une durée moyenne de 5 à 7 ans, et que la durée des actions est négligeable, une diminution des taux d'intérêt entraîne une plus grande augmentation de la valeur du passif que de la valeur de l'actif. Le risque de taux d'intérêt entraîne donc un risque important de désappariement actif-passif. La durée du passif est fonction de facteurs sur lesquels le promoteur du régime a peu d'emprise, par exemple la démographie du régime. Conséquemment, un meilleur appariement actif-passif implique généralement une augmentation de la durée de l'actif.

Les régimes souhaitant couvrir le risque de taux d'intérêt doivent décider de quelle façon ils obtiendront cette couverture. De façon traditionnelle, les régimes ont couvert en partie ce risque en allouant une partie de l'actif à des obligations ayant des échéances plus longues, par exemple de 30 ans. Par contre, la forte demande combinée à l'offre limitée fait grimper le prix de ces titres. La profondeur et la liquidité des marchés des swaps de taux d'intérêt offrent alors une solution alternative.

Moore et Martel (2007) discutent des avantages et inconvénients de différentes stratégies de couverture de taux d'intérêt. Comparativement à d'autres instruments tels que des "futures", les auteurs soulignent que les swaps sont plus utiles si une durée ou une convexité particulière est souhaitée. De plus, les swaps sont plus corrélés avec la courbe des taux d'obligations AA que les "futures". Les actuaires se basant entre autres sur ces taux afin d'évaluer le passif des régimes de retraite à prestations déterminées, il est intéressant d'utiliser dans l'actif un instrument le plus corrélé possible avec cette courbe.

Engel *et al.* (2005) étudient l'impact de l'utilisation de swaps de taux d'intérêt sur un régime de retraite à l'aide d'un modèle actif-passif. Les auteurs analysent l'impact de l'introduction des swaps sur trois portefeuilles. Ces portefeuilles sont composés uniquement d'obligations et d'actions, avec des pondérations respectives en obligations de 30%, 40% et 50% et le reste en actions. Les variables simulées sont le ratio de capitalisation et la probabilité de déficit. La projection est effectuée sur un horizon de 10 ans. Le degré de couverture choisi est tel que la durée des obligations combinée à la durée apportée par le swap égale 85% de la durée du passif. Les auteurs ne justifient pas quantitativement pourquoi ce niveau de couverture est choisi. Ils mentionnent simplement qu'un degré de couverture de 100% ne serait pas optimal, compte tenu que les prestations de retraite sont partiellement indexées, ce qui couvre déjà en partie le risque de taux d'intérêt.

Le régime testé par Engel *et al.* (2005) ainsi que son financement comportent les caractéristiques suivantes :

- Les prestations de retraite varient en fonction des années de service et du statut civil du participant.
- Les rentes des participants retraités sont partiellement indexées à l'inflation. L'indexation est accordée selon le ratio de capitalisation du régime selon les dispositions présentées au tableau 2.2
- Les dispositions prévues au régime ne varient pas durant la période de projection, qu'importe l'évolution des variables.

Ratio de capitalisation	Indexation accordée
Moins de 110%	Aucune
Entre 110% et 120%	Indexation partielle selon interpolation linéaire de l'augmentation des salaires
Plus de 120%	Pleine indexation selon l'augmentation des salaires
Plus de 130%	Récupération de l'indexation non accordée dans le passé

Tableau 2.2: Dispositions d'indexation du régime de Engel et al. (2005)

- Le ratio de capitalisation initial s'élève à 110%.
- Le passif actuariel des participants inactifs (retraités, bénéficiaires et participants ayant droit à une rente différée) représente 50% du passif actuariel total.
- La durée du passif actuariel est d'environ 17 ans.
- La cotisation versée par le promoteur ne varie pas durant la période de projection, qu'importe l'évolution des variables.

Le choix des auteurs de conserver exogène la cotisation versée par le promoteur est discutable, considérant que la cotisation est intimement liée au degré de capitalisation du régime. Nous traiterons de cet élément au chapitre 3.

Les résultats de Engel *et al.* (2005) montrent que l'utilisation des swaps de taux d'intérêt entraîne une réduction importante de la probabilité de déficit pour les trois portefeuilles testés et sur les deux horizons de 5 et 10 ans. Cela entraîne en contrepartie une légère diminution du ratio de capitalisation moyen. Les auteurs nuancent cependant l'avantage que peut procurer l'utilisation des swaps dans le contexte de taux d'intérêts actuels se trouvant sous la moyenne du taux d'intérêt attendu à long terme. Dans un tel environnement, la prime liée à l'utilisation de swaps est négative et la couverture du risque de diminution

des taux d'intérêt s'avère moins efficace.

Chapitre 3

Fonctionnement des régimes de retraite au Québec

Dans ce chapitre, nous présentons le fonctionnement des régimes de retraite à prestations déterminées et le contexte dans lequel ils évoluent au Québec. Nous nous limitons à cette région géographique, car le régime sur lequel nous nous basons dans nos résultats est un régime enregistré au Québec.

3.1 Principes de base

Le système de retraite canadien repose sur trois piliers, soient les régimes publics, l'épargne personnelle et les régimes de retraite d'employeurs. Trois sources de revenus provenant des régimes publics sont disponibles. Il s'agit de rentes provenant du Régime

de pensions du Canada (RPC), de la Pension de la sécurité de la vieillesse (PSV) et du Supplément de revenu garanti (SRG). Au Québec, les employés participent non pas au RPC mais plutôt au Régime de rentes du Québec (RRQ). Les prestations et cotisations du RRQ sont pratiquement identiques à celles du RPC. Ces deux régimes sont financés à parts égales par les employeurs et employés, en fonction des salaires gagnés, et la participation à ces régimes est obligatoire. Les programmes de PSV et SRG sont financés à même les revenus généraux du gouvernement fédéral. Les prestations versées par le RPC/RRQ varient en fonction des revenus gagnés durant la carrière du participant, tandis que celle de la PSV et du SRG sont indépendantes de l'emploi. Le remplacement de revenu provenant des régimes publics, pour une personne gagnant un salaire moyen, s'élève à environ 30%. Ce taux de remplacement de revenu diminue dans le cas d'une personne gagnant un salaire supérieur à la moyenne.

Du côté de l'épargne personnelle, divers véhicules d'épargne sont utilisés. On pense aux régimes enregistrés d'épargne-retraite (REER) personnels et collectifs, aux régimes de participation aux bénéfices de l'entreprise, ou à tout autre régime d'épargne non-enregistré.

Les régimes de retraite d'employeurs constituent le troisième pilier du système. Le régime de retraite est considéré comme un élément important de la rémunération globale des employés. Ainsi, la motivation principale pour un employeur de mettre sur pied un régime de retraite repose sur la notion de compétition avec les autres employeurs, et sur la négociation d'avantages sociaux avec les employés. De plus, la mise sur pied de régimes

de retraite d'employeurs est encouragée par les gouvernements par des mesures fiscales, tel que la déduction des cotisations versées par l'employeur. Ces déductions sont sujettes à des limites maximales imposées par les lois de l'impôt canadienne et québécoise.

L'employeur souhaitant mettre sur pied un régime de retraite doit décider quel type de régime de retraite il offrira à ses employés. Les trois principaux types de régimes de retraite d'employeurs sont les suivants :

- régimes à prestations déterminées
- régimes à cotisation déterminée
- régimes hybrides (combinaison de prestations déterminées et cotisation déterminée)

Un régime à prestations déterminées promet à l'employé (le participant) un montant de rente déterminé selon une certaine formule. Par exemple, une formule de type "forfaitaire" peut prévoir une rente mensuelle de 25\$ par année de service sans égard au salaire gagné durant la carrière du participant. Ce type de rente est fréquent lorsque le salaire varie peu d'un employé à l'autre. Un régime de type "salaire carrière" prévoit une accumulation de crédits de rente variant selon le salaire gagné à chaque année de participation, par exemple un crédit de rente égal à 2% du salaire de l'année. Une formule de type "salaire final" prévoit une rente calculée en fonction des derniers salaires ou des meilleurs salaires du participant, par exemple une rente égale à 2% de la moyenne des trois derniers salaires par année de service. L'employeur doit décider quel type de rente il veut offrir, selon le niveau de remplacement de revenu souhaité et selon le risque d'inflation qu'il est prêt à suppor-

ter. Un régime à prestations déterminées est dit "contributif" lorsque l'employeur et les employés cotisent au régime, et "non-contributif" lorsque le régime est financé uniquement par l'employeur.

Dans le cas d'un régime à cotisation déterminée, aucune rente déterminée n'est promise au participant. L'employeur fixe plutôt le niveau de la cotisation versée en pourcentage du salaire du participant. L'accumulation des cotisations constitue un compte avec lequel le participant s'achète une rente à la retraite. Le niveau de prestation varie donc en fonction du rendement obtenu durant la période d'accumulation.

Comme le régime à prestations déterminées prévoit une rente déterminée, le risque d'investissement est supporté par l'employeur. Ce risque est totalement supporté par le participant dans le cas d'un régime à cotisation déterminée. Un régime à prestations déterminées assure donc au participant un revenu à la retraite prévisible.

Le niveau des prestations prévues au régime de retraite à prestations déterminées est établi par l'employeur, mais souvent négocié avec les employés, particulièrement dans le contexte de groupes d'employés syndiqués. Le syndicat devient donc un intervenant important dans l'évolution du régime. D'autres intervenants gravitent autour d'un régime de retraite. Ils sont illustrés à la figure 3.1.

Deux autorités de réglementation interviennent dans la législation des régimes de retraite au Québec. Au niveau fédéral, l'Agence du revenu du Canada administre la loi de

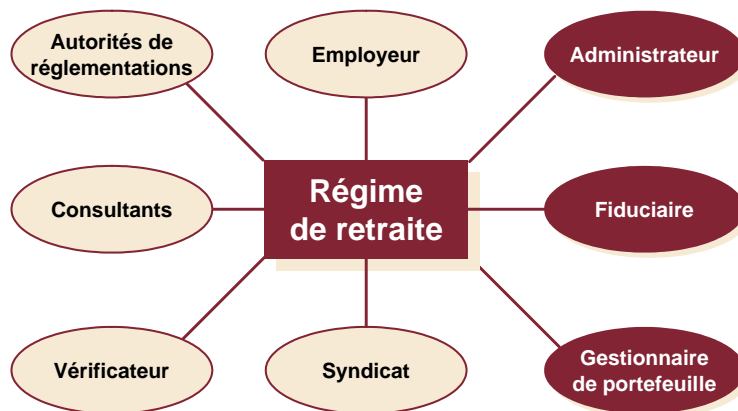


Figure 3.1: Intervenants d'un régime de retraite

l'impôt à laquelle est soumise le régime. Cette loi détermine les prestations maximales et cotisations maximales admissibles. Au niveau provincial, la Régie des rentes du Québec administre la *Loi sur les régimes complémentaires de retraite* (Loi RCR). Cette loi régit les exigences minimales du régime : le financement, la solvabilité, l'administration, l'information aux participants ainsi que les dispositions en cas de terminaison de régime.

Au Québec, l'administration du régime est confiée à un comité de retraite. Les responsabilités du comité de retraite sont étendues et définies dans la Loi RCR et touchent les sujets suivants :

- communication aux participants
- enregistrement et formulaires
- règles de financement
- calcul des prestations

- gestion de l’actif du régime

Le comité de retraite, bien qu’il demeure responsable de tous les éléments énumérés, a le pouvoir de déléguer les tâches pour lesquelles il n’a pas l’expertise requise. C’est ainsi que la plupart des comités de retraite confient à un actuaire le mandat d’effectuer périodiquement l’évaluation actuarielle du régime, et à des gestionnaires de portefeuille le mandat de gérer les actifs du régime.

Notons que le choix de l’allocation des actifs du régime demeure sous la responsabilité du comité de retraite et doit être précisé dans la politique de placement du régime. Cette politique est adoptée par le comité de retraite et doit tenir compte des particularités du régime et des objectifs de l’employeur. Les gestionnaires de portefeuille doivent se conformer à cette politique.

3.2 Financement

Tel que mentionné précédemment, les régimes à cotisation déterminée et à prestations déterminées ne sont pas financés de la même façon. Les régimes à cotisation déterminée sont financés par les employés et l’employeur, et les taux de cotisation en pourcentage du salaire du participant sont fixes. Par exemple, une structure de régime à cotisation déterminée peut prévoir que l’employé verse 8% de son salaire et l’employeur 4%. Le coût pour l’employeur est donc stable.

Dans le cas d'un régime à prestations déterminées, l'employeur verse la somme nécessaire au plein financement du régime. Dans le cas d'un régime contributif, l'employé verse une cotisation fixe en pourcentage de son salaire, et l'employeur verse le solde du coût nécessaire au financement du régime. Dans le cas d'un régime non-contributif, l'employé ne verse aucune cotisation et l'employeur supporte entièrement le financement. L'évaluation du niveau de financement nécessaire constitue un élément clé dans la détermination de la cotisation de l'employeur et varie en fonction de la situation financière du régime.

Au Québec, la situation financière du régime est évaluée selon deux bases : la capitalisation et la solvabilité. L'évaluation sous ces deux bases s'effectue selon des hypothèses différentes. En capitalisation, la valeur du passif (où passif = promesse de rentes futures) est calculée en utilisant les hypothèses déterminées par l'actuaire. Celles-ci doivent refléter sa meilleure estimation à long terme et inclure une marge pour écarts défavorables. En solvabilité, on évalue la valeur du passif en simulant une terminaison immédiate du régime ; les prestations sont calculées sans augmentaire de salaire future et en supposant une terminaison de la participation. Les hypothèses utilisées en solvabilité reflètent alors la situation au moment de l'évaluation, tant sur le plan des taux d'intérêt, de l'inflation et de la mortalité. Ces hypothèses sont prescrites par l'Institut canadien des actuaires ; ni le comité de retraite ni l'actuaire ne peuvent les faire varier. Les hypothèses prescrites par l'Institut canadien des actuaires sont déterministes. Les hypothèses prescrites sont décrites en détail dans les "Normes de pratique applicables aux régimes de retraite" de l'Institut

canadien des actuaries.

Ayant évalué le passif de capitalisation et le passif de solvabilité du régime, les surplus (déficits) sont calculés comme suit :

$$S_t^{cap} = A_t - P_t^{cap}$$

$$S_t^{solv} = A_t - frais - P_t^{solv}$$

où :

S_t^{cap} : surplus (déficit) de capitalisation au temps t

A_t : valeur marchande de l'actif au temps t

P_t^{cap} : valeur du passif de capitalisation au temps t

S_t^{solv} : surplus (déficit) de solvabilité au temps t

P_t^{solv} : passif de solvabilité au temps t

frais : frais administratifs reliés à la terminaison du régime

Si le régime est en déficit de capitalisation, ce déficit doit être amorti sur une période maximale de 15 ans. Si le régime est en déficit de solvabilité, ce déficit doit être amorti sur une période maximale de 5 ans. Étant donné les hypothèses différentes utilisées en capitalisation et en solvabilité, un régime peut se retrouver simultanément en surplus de capitalisation et en déficit de solvabilité. L'inverse est aussi vrai, bien que cette situation

est moins fréquente car les taux d'actualisation utilisés en solvabilité sont généralement plus bas que les taux d'actualisation en capitalisation.

Si le régime est en surplus de capitalisation et en surplus de solvabilité, l'employeur peut prendre un congé de cotisation équivalent au minimum entre le montant du surplus de capitalisation et le montant du surplus de solvabilité. Ce congé est obligatoire selon la loi de l'impôt si le surplus de capitalisation dépasse le montant suivant :

$$S_t^{exc} = \min [0.2 \times P_t^{cap}, \max(2 \times CSC_{t+1}, 0.1 \times P_t^{cap})]$$

où :

CSC_{t+1} : coût de service courant au temps des services rendus entre t et $t + 1$

On décrit cette situation comme étant une situation de "surplus excédentaire".

On définit par le terme "coût de service courant" l'expression CSC_{t+1} dans l'équation d'accumulation de passif ci-dessous :

$$P_{t+1}^{cap} = (P_t^{cap} + CSC_{t+1})(1 + i^{cap}) - B_{t+1}(1 + i^{cap})^{1/2}$$

où :

B_{t+1} : prestations payables durant l'année t

i^{cap} : hypothèse de taux d'intérêt sur base de capitalisation

En résumé, l'employeur doit payer :

- le coût de service courant ; plus
- l'amortissement du déficit de solvabilité ; plus
- l'amortissement du déficit de capitalisation ; moins
- la cotisation versée par les employés ; moins
- le congé de cotisation.

Notons qu'avec l'adoption du projet de loi 30 modifiant la Loi RCR à partir du 14 décembre 2009, le congé de cotisation sera interdit aux régimes dont le ratio de solvabilité est inférieur à 107% ; le ratio de solvabilité est calculé comme :

$$R_t^{solv} = \frac{A_t - frais}{P_t^{solv}}$$

La cotisation de l'employeur est minimalement révisée à chaque trois ans, dans le cadre de l'évaluation de la situation financière du régime, désignée par le terme "évaluation actuarielle". Le projet de loi 30 prévoit par contre que l'évaluation actuarielle devra être effectuée à chaque année si le régime est en déficit.

Les prestations prévues au régime peuvent être améliorées. Cependant, le projet de loi 30 prévoit que ces améliorations sont permises seulement si le régime est en surplus de solvabilité.

La complexité et les limitations des lois régissant le financement des régimes occa-

sionnent une volatilité importante de la cotisation de l'employeur ainsi que des frais d'administration importants. Cette pression sur les promoteurs occasionne depuis quelques années un mouvement marqué de ceux-ci à mettre en place des régimes à cotisation déterminée plutôt qu'à prestations déterminées. Cette tendance réduit la sécurité des prestations de retraite des participants à ces régimes en transposant le risque supporté par le promoteur du régime vers les participants. Tel que mentionné au chapitre 2, cette tendance est bien documentée par Pozzebon (2004).

Chapitre 4

Méthodologie et modèles

4.1 Génération des scénarios économiques

La projection de l'actif, du passif du régime de retraite ainsi que de l'instrument de couverture choisi (dans notre cas le swap de taux d'intérêt) s'effectuera à l'aide de simulations stochastiques. Nous décrivons ici le processus de génération des scénarios économiques qui sous-tendent ces simulations. Notons que ce générateur a été développé par une firme canadienne de consultation en avantages sociaux.

Le générateur de scénarios économiques se divise en trois composantes principales :

- structure à terme des taux d'intérêt
- inflation
- rendement des actions

Le générateur permet de produire un nombre très grand de scénarios. Dans cette étude, nous utilisons 1000 scénarios économiques. Le nombre de scénarios est déterminé de façon à assurer la stabilité des résultats tout en maintenant un temps de calcul raisonnable.

4.1.1 Structure à terme des taux d'intérêt

L'objectif de la composante "structure à terme des taux d'intérêt" est de modéliser le comportement dynamique de cette composante. Les changements dans la structure à terme seront ensuite reflétés dans la valeur marchande du portefeuille d'obligations par la fonction d'évolution du prix des obligations. Notons que le modèle n'évalue pas explicitement le risque de défaut ni le risque de liquidité des obligations.

Le modèle de structure à terme des taux d'intérêt utilisé est celui de Cox, Ingersoll et Ross (1985) à un facteur. Le processus stochastique du taux d'intérêt instantané, sous la mesure de probabilité réelle P est modélisé par :

$$dr_t = \alpha(\mu_P - r_t)dt + \sigma\sqrt{r_t}dz$$

où :

α : paramètre de retour à la moyenne

μ_P : paramètre de dérive sous la mesure P

σ : paramètre de volatilité

r_t : taux court au temps t

Ce processus est transformé sous la mesure de probabilité risque-neutre Q en ajustant le paramètre de dérive :

$$\mu_Q = \mu_P - \lambda \frac{\sqrt{r_t}}{\alpha}$$

où :

μ_Q : paramètre de dérive sous la mesure risque-neutre Q

λ : prime de risque du marché

Le prix d'une obligation zéro-coupon pour toute maturité T est obtenu par la solution explicite de Cox, Ingersoll et Ross (1985) :

$$P_t(0, T - t) = e^{A(t, T) - B(t, T)r_t}$$

où :

$$A(t, T) = \ln\left(\frac{2\gamma e^{(\alpha+\gamma)(T-t)/2}}{(\alpha+\gamma)(e^{\gamma(T-t)}-1)+2\gamma}\right) \frac{2\alpha\mu_Q}{\sigma^2}$$

$$B(t, T) = \frac{2(e^{\gamma(T-t)}-1)}{(\alpha+\gamma)(e^{\gamma(T-t)}-1)+2\gamma}$$

$$\gamma = \sqrt{\alpha^2 + 2\sigma^2}$$

L'estimation de la prime de risque λ s'effectue tel que λ minimise la différence entre la courbe actuelle des rendements à échéance et la courbe des rendements à échéance du modèle. Dans cette étude, cette minimisation a été effectuée en utilisant une seule échéance pour chaque niveau de risque. Ainsi, la prime de risque λ est obtenue en solutionnant

l'équation entre le rendement à échéance de l'obligation du marché et le rendement à échéance théorique. L'échéance est représentative de l'indice de référence modélisé. Par exemple, l'échéance utilisée pour obtenir la prime de risque de l'indice DEX-Univers est égale à 9,5 années tandis que l'échéance utilisée pour l'indice des obligations fédérales long terme est égale à 21,5 années.

Une structure à terme de taux d'intérêt différente est créée pour chaque niveau de risque souhaité. Ainsi, une prime de risque différente est utilisée afin d'obtenir le paramètre approprié de dérive sous la mesure risque-neutre Q , μ_Q , selon le niveau de risque.

L'estimation des paramètres μ , σ et α s'effectue en utilisant une combinaison de l'approximation normale de l'équation différentielle stochastique présentée ci-haut et l'estimation des paramètres avec la méthode du maximum de vraisemblance sur les données historiques mensuelles de l'indice DEX des bons du trésor 30 jours de 1987-2007 :

$$r_{t+1}|r_t \sim N(r_t + \alpha(\mu_P - r_t) \Delta t, \sigma\sqrt{r_t})$$

Les paramètres estimés μ , σ et α sont 3,25%, 5,99% et 15,70% respectivement. La prime de risque λ de l'indice de référence DEX-Univers nécessaire à cette étude s'élève à -4,92%.

4.1.1.1 Rendement des obligations

Tel que présenté à la section précédente, le prix d'une obligation peut-être obtenu directement à partir des différentes courbes de taux modélisées, selon le niveau de risque de l'obligation en question. Du prix de l'obligation, on peut déduire le rendement à échéance, et de la variation du rendement à échéance d'une période à l'autre, on obtient le rendement de l'obligation continuellement renouvelée. Dans le cas d'un régime de retraite, ce qui nous intéresse n'est pas tant le rendement d'une obligation prise individuellement que le rendement des indices de référence. Ainsi, nous choisirons de modéliser, pour chaque indice de référence souhaité, une (ou des) obligation(s) représentative(s) de cet indice.

La formule pour calculer la valeur de l'indice créé B_n est celle proposée par l'Institut canadien des actuaires (2006), qui est une extension de celle dérivée dans Boyle, Brooks-Hill et Paterson (1974). La valeur de l'indice est donnée par :

$$B_n = B_{n-1} \left[v_{0,5YtM_n^T}^{2T-2} + 0,5YtM_{n-1}^T \left\{ \ddot{a}_{\overline{2T-1}|0,5YtM_n^T} + v_{0,5YtM_n^T}^{2T-1} + 0,25(YtM_n^T + YtM_{n-1}^T) \ddot{a}_{\overline{2T}|0,5YtM_n^T} \right\} \right]$$

où YtM_n^T est le rendement à échéance d'une obligation d'échéance T et où :

$v_i^t = \left(\frac{1}{1+i}\right)^t$ est la valeur actualisée d'un paiement de 1\$ effectuée au temps t

$\ddot{a}_{\overline{n}|i} = \frac{1-v^n}{1-v}$ est la valeur actualisée d'une rente annuelle de 1\$ payable en début d'année

pendant n années

Cette formule suppose un réinvestissement du coupon semestriel à un taux égal au

rendement à échéance moyen de l'année $0,5(YtM_n^T + YtM_{n-1}^T)$.

4.1.2 Inflation

L'inflation, estimée par la variation de l'indice des prix à la consommation est modélisée par une loi normale :

$$\ln\left(\frac{IPC_{t+1}}{IPC_t}\right) \sim N(\mu_{\text{inf}}, \sigma_{\text{inf}})$$

où :

IPC_t : indice des prix à la consommation de l'année t

inf : inflation

La moyenne μ_{inf} , contrairement aux autres paramètres, n'est pas estimée sur des données historiques, mais fixée comme étant égale au taux d'inflation cible de la Banque du Canada. Dans cette étude, ce taux d'inflation cible s'élève à 2,0%. Le paramètre de volatilité σ_{inf} est estimé sur les données historiques mensuelles de 1998-2007 de l'Indice des prix à la consommation en utilisant la méthode du maximum de vraisemblance. Dans cette étude, l'estimation de la volatilité annuelle de l'inflation s'élève à 1,2%. Le choix de l'utilisation de la loi normale et d'un paramètre de moyenne égal au taux d'inflation cible de la Banque du Canada est principalement influencé par le succès de celle-ci depuis le début des années 1990 à maintenir l'inflation annuelle autour de l'objectif de 2% avec une marge cible de plus ou moins 1%.

4.1.3 Rendement des actions

Le modèle utilisé pour le rendement des actions est un modèle à changement de régime (*Regime Switching*) proposé par Hardy (2001).

Tel que résumé par Hardy (2001), des études empiriques identifient une faiblesse importante du modèle traditionnel de mouvement brownien géométrique ; le modèle ne parvient à capturer ni les mouvements les plus importants des prix des actions ni la variabilité stochastique du paramètre de volatilité. Le modèle de mouvement brownien géométrique sous-estime donc le risque inhérent au marché des actions. L'auteur indique qu'une méthode simple de pallier au problème du paramètre de volatilité est de faire varier aléatoirement ce paramètre, celui-ci prenant un nombre déterminé K de valeurs discrètes.

La construction du modèle à changement de régime se base sur la prémisse que le marché des actions se comporte selon K états différents à travers le temps. En particulier, le modèle à changement de régime de Hardy (2001) comporte un processus lognormal du prix des actions qui se promène entre deux états. Le premier état est représenté par un marché des actions stable ayant une volatilité faible, et le deuxième état est représenté par un marché instable avec une grande volatilité. Comme mentionné par l'auteur, le deuxième état survient par exemple en période d'incertitude économique ou d'instabilité politique, et est donc caractérisé par un rendement attendu plus faible que le premier.

Pour chacun des états, chacun des processus du prix des actions est modélisé selon un

modèle log-normal :

$$\ln\left(\frac{S_{t+1}}{S_t}\right) \sim N(\mu_S^{\text{état}_t}, \sigma_S^{\text{état}_t})$$

où :

S_t : prix des actions au temps t

$\mu_S^{\text{état}_t}$: moyenne du rendement mensuel des actions dans l'état qui prévaut au temps t

$\sigma_S^{\text{état}_t}$: volatilité du rendement mensuel des actions dans l'état qui prévaut au temps t

À chaque temps t , l'état prend une valeur de 0 ou 1 selon un processus de Markov :

$$\text{état}_t \sim MP(\Pi_{2 \times 2})$$

où $\Pi_{2 \times 2}$ est la matrice de transition contenant les probabilités de passer d'un état à l'autre :

$$\Pi = \begin{bmatrix} 1 - p_{1,2} & p_{1,2} \\ p_{2,1} & 1 - p_{2,1} \end{bmatrix}$$

où $p_{i,j} = \Pr(p_{t+1} = j | p_t = i)$ est la probabilité que le marché se retrouve dans l'état j au temps $t + 1$ sachant que le marché était dans l'état i au temps t . Comme le processus de changement de régime est markovien, les probabilités de transition ne dépendent que de l'état actuel et non de l'historique du processus.

Paramètre	μ^1	μ^2	σ^1	σ^2	$p_{1,2}$	$p_{2,1}$
Estimation	0.712%	-2.317%	3.375%	8.813%	2.318%	39.425%

Tableau 4.1: Paramètres du modèle à changement de régime

La probabilité de se retrouver dans un état donné (1 ou 2) est fournie par :

$$\pi_1 = \frac{p_{2,1}}{p_{1,2} + p_{2,1}}$$

et

$$\pi_2 = 1 - \pi_1$$

Comme avec les obligations, les rendements des indices de référence souhaités sont projetés. Ainsi, pour chacun des indices de référence souhaité, six paramètres devront être estimés soient :

$$(\mu_S^1, \mu_S^2, \sigma_S^1, \sigma_S^2, p_{1,2}, p_{2,1})$$

Ces paramètres sont estimés sur les données mensuelles historiques de 1987-2007 de chacun des indices de références souhaité avec la méthode du maximum de vraisemblance. Les résultats de l'estimation des paramètres pour l'indice MSCI-Monde nécessaire à cette étude sont présentés au tableau 4.1.

4.2 Projection du passif du régime

La complexité du financement d'un régime de retraite et la quantité des hypothèses nécessaires à l'évaluation actuarielle du passif imposent une projection tenant compte de cette complexité. La projection du passif du régime comporte plusieurs étapes.

Avant d'effectuer cette projection, les données et résultats de la dernière évaluation actuarielle doivent être colligés. À la date de la dernière évaluation actuarielle, on dispose des données et résultats suivants pour chaque participant du régime :

- données démographiques :
 - âge, sexe, années de participation, salaire
 - statut de participation (actif, retraité, participant ayant droit à une retraite différée)
- pour chaque décrement (retraite, départ, décès) :
 - valeur du passif de capitalisation
 - valeur du passif de solvabilité
 - coût de service courant et cotisations accumulées de l'employé

La première étape est de projeter la population du régime à chaque année sur l'horizon de projection, par exemple 10 ans. Cette étape est effectuée en utilisant les hypothèses démographiques et économiques de la dernière évaluation actuarielle. Ces hypothèses sont présentées en annexe. Tel que mentionné au chapitre 2, ces hypothèses sont déterministes. Ainsi, à chaque année, les participants subissent les décrets de retraite, départ et dé-

cès. De plus, on introduit de nouveaux participants de façon à maintenir le nombre de participants actifs stable. Aussi, une année de participation est ajoutée à chaque année de projection et le salaire de chaque participant est augmenté selon l'hypothèse d'augmentation de salaire de la dernière évaluation. Les rentes des participants retraités sont indexées selon la formule prévue du régime, s'il y a lieu, et selon l'hypothèse d'inflation de la dernière évaluation actuarielle. On obtient à chaque année une population, des salaires et des rentes projetées.

La deuxième étape constitue à effectuer, pour chacune des années de projection, une nouvelle évaluation actuarielle avec les données projetées à la première étape. On obtient donc les valeurs de passif, coûts de service courant et cotisations salariales accumulées projetées pour chacun des participants. Cette méthode permet de tenir compte des dispositions propres à chaque régime de retraite. Notons que chaque évaluation actuarielle est effectuée avec les mêmes hypothèses que celles de l'évaluation actuarielle initiale et en tenant compte des normes de pratiques de l'Institut canadien des actuaires, de la Loi RCR et de la loi de l'impôt, tel que décrit au chapitre 3.

La troisième étape consiste à réévaluer les passifs, coûts de service courant et cotisations salariales accumulées de la deuxième étape pour chacun des scénarios économiques générés. Au terme de cette troisième étape, on dispose pour chacun des participants, de 1000 séries de résultats s'échelonnant sur les dix ans de projection.

La dernière étape consiste à calculer, pour chaque année de projection et pour chaque

scénario, les résultats globaux du régime, soit les valeurs de passif de capitalisation et de solvabilité et le coût de service courant. Cette étape est effectuée en sommant les résultats de chaque participant.

4.3 Projection de l'actif du régime

La valeur marchande de l'actif du régime est projetée de façon discrète à chaque année sur un horizon de 10 ans, selon les 1000 scénarios économiques générés, et selon 189 portefeuilles d'actif différents. La valeur marchande de l'actif au temps $t + 1$, selon le scénario i , où l'actif est investi selon le portefeuille j est calculée comme :

$$VM_{t+1}^{i,j} = VM_t^{i,j} \times (1 + R_t^{i,j}) + CF_t^i \times (1 + \frac{R_t^{i,j}}{2})$$

où :

$R_t^{i,j}$: rendement durant l'année t du portefeuille de référence j selon le scénario i

CF_t^i : flux financier durant l'année t selon le scénario i (cotisations, prestations, frais).

Notons que cette méthode de projection fait intervenir l'hypothèse que les flux financiers surviennent en milieu d'année. De plus, les frais sont estimés en fonction de l'historique de frais du régime.

Les rendements des indices de références de chaque catégorie d'actif ayant été générés par le générateur de scénarios économiques, le rendement $R_t^{i,j}$ est calculé comme la somme

pondérée des rendements de chacun des indices de référence, selon la composition du portefeuille. Aucun rendement relié à la performance du gestionnaire n'est considéré, l'objectif étant d'analyser différentes allocations d'actifs, et non pas de choisir un gestionnaire. De plus, l'apport constant de rendement par les gestionnaires sur de longues périodes étant incertain, nous préférons l'ignorer dans le cadre d'une étude axée sur la gestion du risque.

4.4 Projection du rendement apporté par le swap

Tel que présenté par Kolb (2000), un swap de taux d'intérêt peut être considéré comme un portefeuille de deux obligations. On ajoute alors au rendement de chaque portefeuille d'actif, initialement sans swap, le rendement de chaque patte du swap. Dans cette étude, nous utiliserons un swap dont la patte fixe est évaluée en simulant le rendement d'une obligation à taux fixe d'échéance 30 ans. La courbe de taux utilisée par le générateur de scénarios afin d'obtenir les rendements sur 10 ans est la courbe de taux swap. La patte flottante est constituée du taux "Banker's Acceptance" (BA) 3 mois. Le choix du BA plutôt que le LIBOR est motivé par le marché dans lequel se situe le régime de retraite de l'étude.

Comme Engle (2005), nous choisissons la valeur nominale du swap de telle sorte que la durée (en \$) du swap combinée à la durée du portefeuille atteigne un certain pourcentage de la durée (en \$) du passif. Ne connaissant pas le niveau de couverture optimal pour notre régime, nous testons des niveaux de couverture variant entre 0% et 100%, avec des sauts de 5%.

Chapitre 5

Résultats et discussion

Ce chapitre est divisé en cinq sections. Une première section présente les caractéristiques du régime de retraite pour lequel nous effectuons nos projections. La seconde section présente une comparaison des résultats de Engel *et al.* (2005) avec les nôtres. Ensuite, nous nous concentrons sur notre régime de retraite et recherchons le degré de couverture optimal. La quatrième section présente les résultats de l'optimisation effectuée en modifiant les dispositions actuelles du régime. Nous discutons des résultats dans la dernière section.

5.1 Caractéristiques du régime de retraite

Les caractéristiques du régime de retraite pour lequel nous effectuons les projections se résument comme suit :

- Le régime est de type salaire final

- Les rentes des participants retraités sont indexées annuellement selon l'Indice des prix à la consommation, sujet à un maximum de 3%.
- Les rentes des participants ayant droit à une rente différée sont indexées avant la retraite selon le minimum prescrit par la Loi RCR.
- Les dispositions prévues au régime ne varient pas durant la période de projection, qu'importe l'évolution des variables.
- Le ratio de capitalisation initial s'élève à 105% et le ratio de solvabilité à 89%.
- La valeur du passif actuariel des participants inactifs (retraités et participants ayant droit à une rente différée) représente 46,5% de la valeur du passif actuariel total sur base de capitalisation et 47,5% sur base de solvabilité.
- La durée du passif actuariel est de 14 ans.
- La cotisation des employés s'élève à 5,4% de la masse salariale.
- La cotisation versée par le promoteur est la cotisation nécessaire au financement du régime tel que prévu à la Loi RCR, sujet à un minimum de 290% des cotisations des employés.
- Les frais liés à la gestion, l'administration et tous autres frais professionnels s'élèvent à 0,55% de la valeur de l'actif.
- La dernière évaluation actuarielle est effectuée au 31 décembre 2006 et la projection s'effectue à partir de cette date.
- Les évaluations actuarielles sont effectuées à chaque année à partir du 31 décembre 2009.

5.2 Comparaison avec Engel *et al.* (2005)

Nous avons présenté au chapitre 2 un résumé des résultats de Engel *et al.* (2005) ainsi que les caractéristiques du régime de retraite sur lequel les résultats des auteurs sont basés. Ceux-ci ont testé l'impact de l'utilisation de swaps de taux d'intérêt, avec un degré de couverture de 85% de la durée du passif en dollars, avec trois portefeuilles de référence différents. Chacun des trois portefeuilles est composé d'actions mondiales, selon l'indice de référence MSCI-Monde, et d'obligations, selon l'indice MSCI-Obligations mondiales. La proportion des actifs accordée aux obligations varie selon le portefeuille de 50% à 70%.

Engel *et al.* (2005) analysent l'impact des swaps sur l'espérance du ratio de capitalisation et la probabilité que ce ratio soit inférieur à 100%. La projection est effectuée sur un horizon de 10 ans. Nous avons testé de la même façon que Engel *et al.* (2005) l'utilisation des swaps, en évaluant aussi l'impact sur le ratio de solvabilité. Nous utilisons les indices DEX-Univers et MSCI-Monde pour représenter les rendements des obligations et actions respectivement, ces indices étant ceux les plus utilisés par les régimes de retraite canadiens. Notons que les actions canadiennes sont incluses dans l'indice MSCI-Monde ce qui rend l'ajout d'un indice de référence canadien tel que le S&P TSX non essentiel aux fins de cette analyse. Les résultats sont illustrés aux figures 5.1, 5.2, et 5.3.

Contrairement à Engel *et al.* (2005), nos résultats démontrent que l'utilisation des swaps à un niveau de couverture de 85% augmente le risque d'insolvabilité ou de sous-

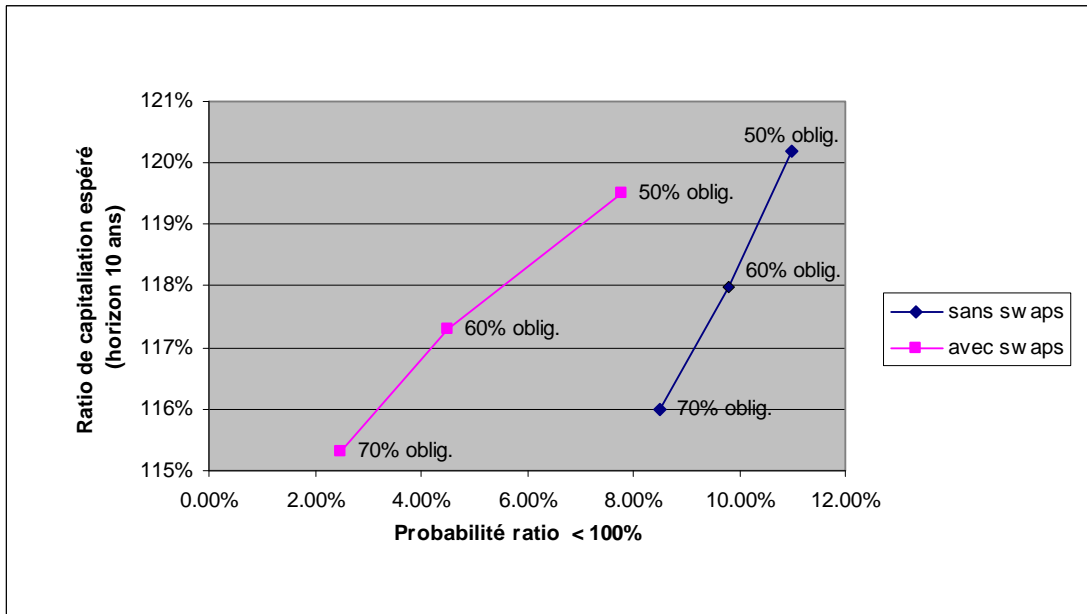


Figure 5.1: Effet de l'utilisation de swaps sur le ratio de capitalisation (Engel *et al.*)

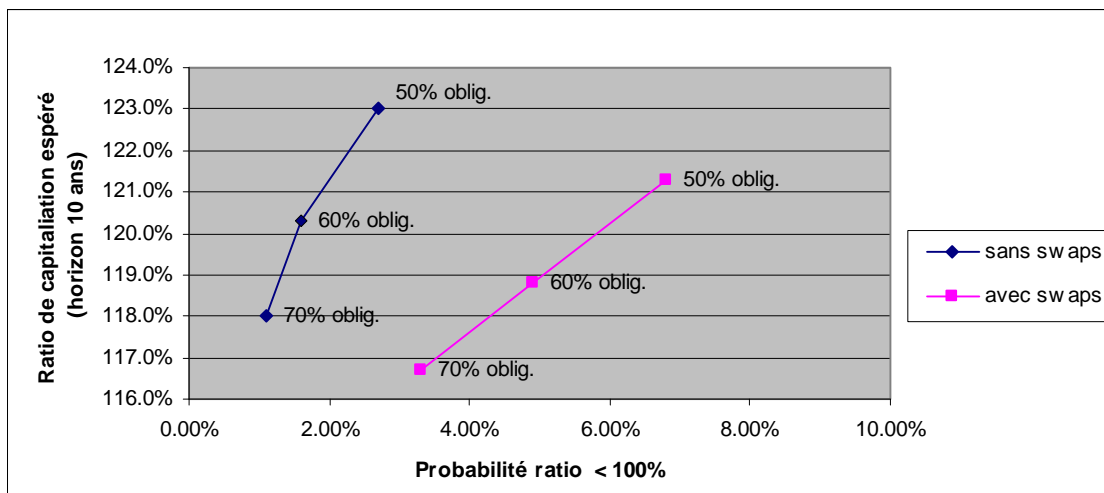


Figure 5.2: Effet de l'utilisation de swaps sur le ratio de capitalisation (Gagné)

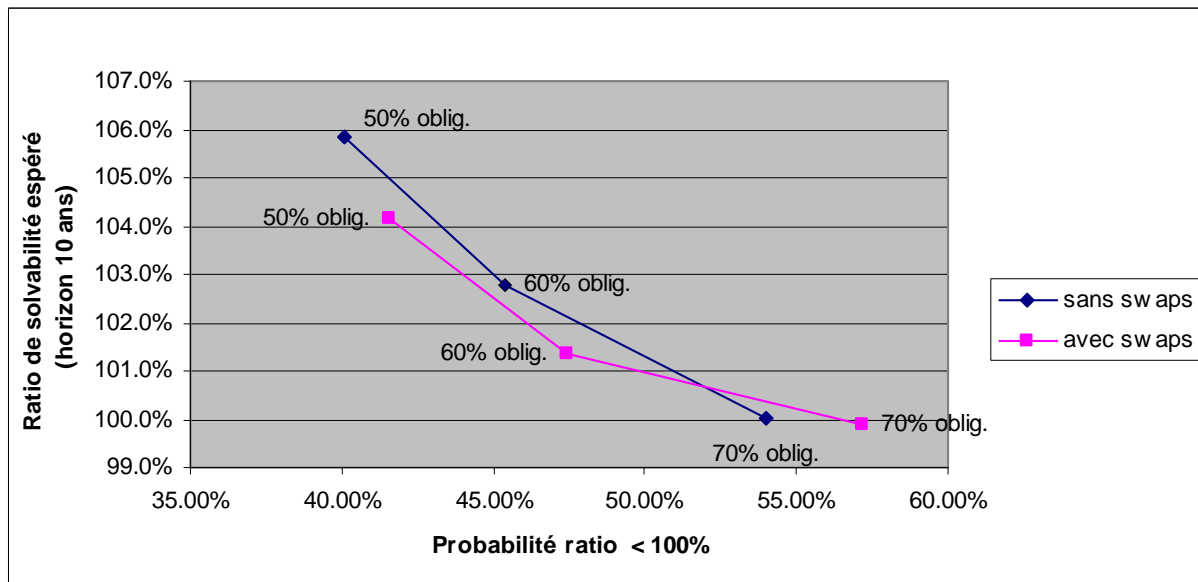


Figure 5.3: Effet de l'utilisation de swaps sur le ratio de solvabilité (Gagné)

capitalisation. Nous identifions deux explications à ces résultats. Premièrement, le niveau de couverture de 85% n'est peut-être pas optimal pour notre régime. Deuxièmement, les dispositions propres à chaque régime ainsi que des règles de financement différentes peuvent avoir un impact non négligeable sur le risque de taux d'intérêt et la façon efficace de couvrir ce risque. Vérifions ces deux explications.

5.3 Niveau de couverture optimal

Afin d'optimiser le niveau de couverture et d'étendre les allocations d'actifs considérées, nous choisissons de construire 189 portefeuilles de référence. L'allocation en obligations, au lieu de se limiter entre 50% et 70%, variera entre 30% et 70%, avec des sauts de 5%, ce qui

constitue neuf répartitions d'actifs. Pour chacun de ces neuf portefeuilles, nous ajoutons un niveau de couverture variant entre 0% et 100% avec des sauts de 5%, ce qui constitue 21 niveaux de couverture. La liste complète des 189 portefeuilles (21 x 9) se trouve en annexe.

Nous reprenons alors la projection sur l'horizon de 10 ans avec nos 189 portefeuilles. Toutefois, en plus de projeter le ratio de capitalisation et le ratio de solvabilité, nous ajoutons deux variables, soit la cotisation de l'employeur en pourcentage de la masse salariale, et l'excédent du rendement de l'actif sur le rendement du passif. Nous désignons cette dernière variable par "rendement excédentaire".

Nous optimisons ensuite le niveau de couverture en choisissant, parmi les 189 portefeuilles, ceux offrant la meilleure relation récompense-risque. Nous définissons la récompense comme le rendement excédentaire espéré moyen, et le risque comme étant la valeur à risque (VaR) 95% moyenne du rendement excédentaire. La moyenne des statistiques est calculée sur la période de projection (années 2007 à 2016).

L'optimisation est effectuée en deux étapes. D'abord, 189 portefeuilles sont triés en ordre croissant de risque. Le portefeuille le moins risqué est optimal. Ensuite, pour chaque portefeuille subséquent, on vérifie si la récompense est supérieure ou inférieure à celle du portefeuille optimal précédent. Si la récompense est supérieure, ce portefeuille est optimal. Si la récompense est inférieure, on exclut ce portefeuille.

Parmi les 189 portefeuilles, cette optimisation a mené à l'obtention de 52 portefeuilles

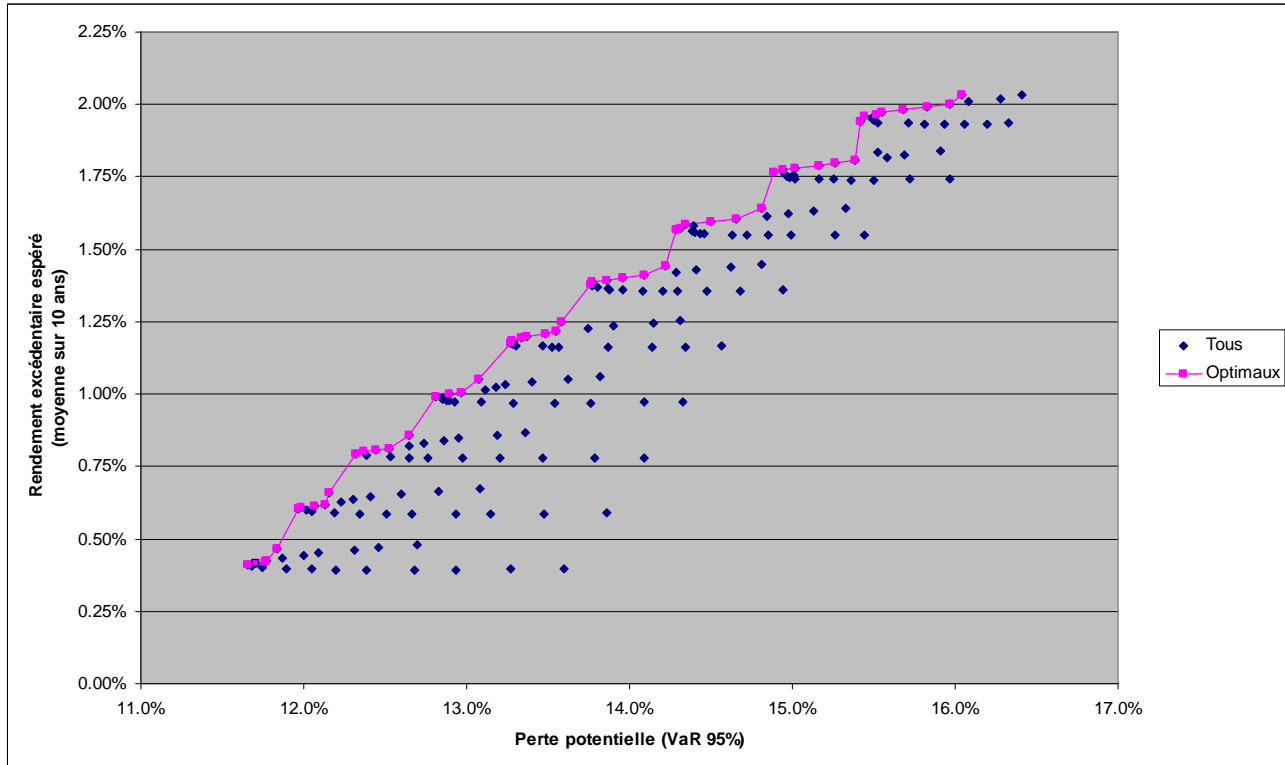


Figure 5.4: Relation récompense-risque du rendement excédentaire des 189 portefeuilles

optimaux. Les portefeuilles sont illustrés à la figure 5.4.

Afin de simplifier l'analyse des résultats, nous effectuons une sélection parmi les 52 portefeuilles optimaux obtenus. Nous remarquons graphiquement que les portefeuilles optimaux sont regroupés en neuf groupes. Les portefeuilles optimaux d'un même groupe ont des niveaux de couverture différents mais ont tous la même allocation d'actions et d'obligations. Par exemple, la répartition des portefeuilles du groupe situé en bas et à gauche du graphique est 70% obligations, 30% actions. La répartition des portefeuilles du groupe

Portfeuille	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Rendement excédentaire									
VaR (95%)	-11.66%	-11.97%	-12.32%	-12.81%	-13.27%	-13.76%	-14.28%	-14.88%	-15.44%
Espérance	0.41%	0.60%	0.79%	0.99%	1.18%	1.38%	1.57%	1.77%	1.96%
CVaR 95%	-14.8%	-15.2%	-15.7%	-16.3%	-16.9%	-17.7%	-18.4%	-19.3%	-20.1%
Prob(rend exc >0)	49.7%	50.3%	50.9%	51.6%	51.8%	52.6%	52.8%	53.5%	53.7%
Composition du portefeuille									
Obligations	70.0%	65.0%	60.0%	55.0%	50.0%	45.0%	40.0%	35.0%	30.0%
Actions mondiales	30.0%	35.0%	40.0%	45.0%	50.0%	55.0%	60.0%	65.0%	70.0%
Total	100.0%	100.0%	100.0%	100.0%	100.0%	100.0%	100.0%	100.0%	100.0%
Niveau de couverture	50.0%	50.0%	50.0%	45.0%	55.0%	45.0%	50.0%	45.0%	45.0%
Autres statistiques									
Ratio solvabilité									
Espérance	91.1%	91.7%	92.2%	93.0%	93.4%	94.3%	94.8%	95.7%	96.4%
VaR 95% (5e centile)	82.2%	81.8%	81.3%	80.9%	80.2%	79.7%	79.2%	78.6%	78.1%
Prob (ratio > 100%)	13.7%	16.3%	18.8%	21.3%	23.3%	25.5%	27.0%	28.8%	30.0%
Ratio capitalisation									
Espérance	108.4%	108.9%	109.4%	110.0%	110.5%	111.3%	111.8%	112.6%	113.3%
VaR 95% (5e centile)	100.4%	100.3%	100.1%	100.0%	99.2%	99.3%	98.6%	98.3%	97.7%
Prob (ratio > 100%)	88.8%	89.6%	90.1%	91.0%	90.6%	91.2%	90.9%	90.7%	90.4%
Cotisations employeur (% masse salariale)									
Espérance	31.8%	31.3%	30.8%	30.4%	30.2%	29.7%	29.5%	29.3%	29.1%
VaR 95% (95e centile)	47.5%	48.0%	48.8%	49.5%	50.2%	51.3%	52.1%	53.0%	53.9%

Tableau 5.1: Statistiques des neuf portefeuilles optimaux retenus

situé en haut et à droite du graphique, elle, est 30% obligations, 70% actions. On remarque ensuite que la récompense des portefeuilles optimaux d'un même groupe varie très peu comparativement à la variation du risque. Pour une répartition d'actifs donnée, la prise de risque additionnel est donc très peu récompensée. Nous retenons donc, pour chaque répartition d'actifs, les portefeuilles optimaux dont le risque est le moins élevé. Les statistiques des neuf portefeuilles optimaux retenus sont présentées au tableau 5.1.

Nous remarquons que les portefeuilles optimaux retenus présentés au tableau 5.1 comportent tous un niveau de couverture variant entre 45% et 55%. Cela confirme notre première hypothèse à savoir que le niveau de couverture optimal pour notre régime est différent de celui de Engel *et al.* (2005). Cela indique également que le niveau de couverture optimal ne dépend peut-être pas tant de la répartition des actifs du régime que des caractéris-

Portfeuille	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Rendement excédentaire									
VaR (95%)	-13.60%	-13.86%	-14.09%	-14.33%	-14.56%	-14.94%	-15.45%	-15.97%	-16.33%
Espérance	0.40%	0.59%	0.78%	0.97%	1.17%	1.36%	1.55%	1.74%	1.93%
CVaR 95%	-17.0%	-17.3%	-17.7%	-18.1%	-18.6%	-19.2%	-19.8%	-20.5%	-21.3%
Prob(rend exc >0)	47.7%	48.7%	49.4%	50.3%	50.6%	51.0%	51.5%	51.9%	52.4%
Composition du portefeuille									
Obligations	70.0%	65.0%	60.0%	55.0%	50.0%	45.0%	40.0%	35.0%	30.0%
Actions mondiales	30.0%	35.0%	40.0%	45.0%	50.0%	55.0%	60.0%	65.0%	70.0%
Total	100.0%	100.0%	100.0%	100.0%	100.0%	100.0%	100.0%	100.0%	100.0%
Niveau de couverture	100.0%	100.0%	100.0%	100.0%	100.0%	100.0%	100.0%	100.0%	100.0%
Autres statistiques									
Ratio solvabilité									
Espérance	90.2%	90.8%	91.3%	91.9%	92.5%	93.2%	93.9%	94.6%	95.3%
VaR 95% (5e centile)	78.7%	78.6%	78.3%	78.0%	77.7%	77.4%	76.8%	76.3%	75.7%
Prob (ratio > 100%)	14.2%	16.2%	18.5%	20.7%	22.9%	24.4%	26.1%	27.6%	29.2%
Ratio capitalisation									
Espérance	107.7%	108.2%	108.7%	109.3%	109.9%	110.5%	111.2%	111.9%	112.6%
VaR 95% (5e centile)	97.8%	97.4%	96.9%	96.5%	96.0%	95.5%	94.9%	94.4%	93.8%
Prob (ratio > 100%)	84.4%	85.2%	85.7%	86.3%	86.5%	86.3%	86.3%	86.1%	85.9%
Cotisations employeur (% masse salariale)									
Espérance	33.1%	32.5%	32.0%	31.6%	31.2%	30.9%	30.6%	30.4%	30.2%
VaR 95% (95e centile)	49.6%	50.1%	50.6%	51.3%	52.1%	52.9%	53.6%	54.4%	55.3%

Tableau 5.2: Statistiques des neuf portefeuilles optimaux retenus avec une pleine couverture

tiques propres à chaque régime. Nous vérifierons l'effet d'une modification de dispositions du régime plus loin dans ce chapitre.

Afin de mieux constater l'optimalité des portefeuilles retenus présentés au tableau 5.1, les statistiques des mêmes portefeuilles avec un niveau de couverture de 100% et sans aucune couverture sont présentées aux tableaux 5.2 et 5.3 respectivement.

Les niveaux de couverture de 0% et 100% comportent tous deux un risque sur le rendement excédentaire sensiblement plus élevé que celui des portefeuilles optimaux, ce risque étant évalué par la valeur à risque (VaR) 95% et la valeur à risque conditionnelle (CVaR) 95%. On observe également, en utilisant le niveau de couverture optimal, une légère diminution de la VaR (95%) de la cotisation de l'employeur, représentant une diminution

Portefeuille	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Rendement excédentaire									
VaR (95%)	-11.84%	-12.16%	-12.65%	-13.07%	-13.58%	-14.22%	-14.81%	-15.52%	-16.04%
Espérance	0.46%	0.66%	0.86%	1.05%	1.25%	1.44%	1.64%	1.84%	2.03%
C VaR 95%	-14.9%	-15.4%	-16.0%	-16.6%	-17.3%	-18.1%	-19.0%	-19.9%	-20.8%
Prob(rend exc >0)	49.9%	50.4%	51.0%	51.7%	52.2%	52.8%	53.1%	53.5%	53.8%
Composition du portefeuille									
Obligations	70.0%	65.0%	60.0%	55.0%	50.0%	45.0%	40.0%	35.0%	30.0%
Actions mondiales	30.0%	35.0%	40.0%	45.0%	50.0%	55.0%	60.0%	65.0%	70.0%
Total	100.0%	100.0%	100.0%	100.0%	100.0%	100.0%	100.0%	100.0%	100.0%
Niveau de couverture	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%
Autres statistiques									
Ratio solvabilité									
Espérance	91.6%	92.2%	92.9%	93.6%	94.3%	95.0%	95.7%	96.5%	97.3%
VaR 95% (5e centile)	82.2%	81.8%	81.3%	80.9%	80.4%	79.8%	79.2%	78.6%	78.0%
Prob (ratio > 100%)	15.4%	18.3%	20.6%	23.0%	25.0%	26.7%	28.5%	30.2%	31.7%
Ratio capitalisation									
Espérance	108.8%	109.3%	109.9%	110.5%	111.2%	111.8%	112.5%	113.3%	114.0%
VaR 95% (5e centile)	100.7%	100.8%	100.7%	100.5%	100.3%	100.1%	99.8%	99.5%	99.1%
Prob (ratio > 100%)	89.1%	89.9%	90.7%	91.5%	91.9%	92.1%	92.3%	92.3%	92.2%
Cotisations employeur (% masse salariale)									
Espérance	31.5%	31.0%	30.5%	30.1%	29.8%	29.5%	29.3%	29.1%	28.9%
VaR 95% (95e centile)	48.5%	49.0%	49.8%	50.4%	51.1%	51.8%	52.8%	53.8%	54.7%

Tableau 5.3: Statistiques des neuf portefeuilles optimaux retenus sans couverture

de risque. Par contre, bien que nous n'optimisons pas sur la base de ces variables, il est intéressant de noter que l'introduction de swaps apporte une réduction très mince du risque du ratio de solvabilité et une augmentation du risque du ratio de capitalisation.

5.4 Modification des dispositions du régime

L'étude de Engel *et al.* (2005) mentionne que la disposition d'indexation prévue par le régime explique le niveau de couverture optimal inférieur à 100% (85% dans son cas), l'indexation introduisant une couverture naturelle du risque de taux d'intérêt. Vérifions cette hypothèse avec notre régime en enlevant toutes les dispositions d'indexation, autant pour les retraités que pour les participants ayant droit à une rente différée. Cette étape nécessite la répétition de la deuxième étape de la projection du passif, impliquant d'effectuer une évaluation actuarielle avec les données projetées, à chaque année de la période de projec-

Portefeuille	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Rendement excédentaire									
VaR (95%)	-7.06%	-7.72%	-8.47%	-9.16%	-9.91%	-10.62%	-11.32%	-12.07%	-12.84%
Espérance	0.27%	0.46%	0.65%	0.84%	1.04%	1.23%	1.42%	1.61%	1.80%
CVaR 95%	-9.4%	-10.3%	-11.3%	-12.3%	-13.4%	-14.4%	-15.5%	-16.6%	-17.7%
Prob(rend exc >0)	55.3%	55.4%	55.4%	55.4%	55.3%	55.5%	55.5%	55.4%	55.5%
Composition du portefeuille									
Obligations	70.0%	65.0%	60.0%	55.0%	50.0%	45.0%	40.0%	35.0%	30.0%
Actions mondiales	30.0%	35.0%	40.0%	45.0%	50.0%	55.0%	60.0%	65.0%	70.0%
Total	100.0%	100.0%	100.0%	100.0%	100.0%	100.0%	100.0%	100.0%	100.0%
Niveau de couverture	100.0%	100.0%	100.0%	100.0%	100.0%	100.0%	100.0%	100.0%	100.0%
Autres statistiques									
Ratio solvabilité									
Espérance	107.2%	108.2%	109.2%	110.3%	111.3%	112.4%	113.5%	114.7%	115.8%
VaR 95% (5e centile)	95.7%	95.1%	94.5%	93.8%	93.3%	92.8%	92.1%	91.4%	90.6%
Prob (ratio > 100%)	73.9%	75.4%	76.4%	77.2%	77.9%	78.3%	78.3%	78.6%	78.6%
Ratio capitalisation									
Espérance	125.6%	126.6%	127.6%	128.7%	129.7%	130.9%	132.0%	133.1%	134.3%
VaR 95% (5e centile)	112.3%	111.9%	111.5%	111.0%	110.5%	109.9%	109.3%	108.7%	108.0%
Prob (ratio > 100%)	97.6%	97.3%	97.2%	96.8%	96.6%	96.4%	96.1%	95.8%	95.6%
Cotisations employeur (% masse salariale)									
Espérance	18.0%	18.0%	18.0%	18.0%	18.1%	18.2%	18.3%	18.4%	18.5%
VaR 95% (95e centile)	15.6%	15.6%	15.6%	15.6%	15.6%	15.6%	15.6%	15.6%	15.6%

Tableau 5.4: Statistiques des neuf portefeuilles optimaux retenus sans indexation

tion. Notons ici que l'exercice d'élimination des dispositions d'indexation est effectué aux fins d'analyse seulement, la Loi RCR interdisant la diminution du niveau des prestations pour les années de service accumulées.

Les résultats de l'optimisation sans les dispositions d'indexation sont présentés au tableau 5.4.

L'hypothèse de Engel *et al.* (2005) est valide pour notre régime. Sans disposition d'indexation, le niveau de couverture optimal s'élève à 100%. On constate la réduction importante du risque mesuré par la VaR (95%) et la CVaR (95%) du rendement excédentaire en comparant avec les statistiques des portefeuilles sans swaps au tableau 5.5.

Notons parmi les autres statistiques illustrées que l'espérance et le risque de la cotisation de l'employeur varient très peu en fonction du niveau de couverture. Cela s'explique par la

Portefeuille	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Rendement excédentaire									
VaR (95%)	-10.94%	-11.53%	-12.34%	-13.08%	-13.82%	-14.57%	-15.45%	-16.26%	-17.12%
Espérance	0.33%	0.53%	0.72%	0.92%	1.12%	1.31%	1.51%	1.70%	1.90%
C VaR 95%	-14.2%	-15.1%	-16.1%	-17.0%	-18.1%	-19.1%	-20.1%	-21.2%	-22.3%
Prob(rend exc >0)	52.0%	52.4%	52.4%	52.7%	53.1%	53.4%	53.7%	53.9%	54.0%
Composition du portefeuille									
Obligations	70.0%	65.0%	60.0%	55.0%	50.0%	45.0%	40.0%	35.0%	30.0%
Actions mondiales	30.0%	35.0%	40.0%	45.0%	50.0%	55.0%	60.0%	65.0%	70.0%
Total	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%
Niveau de couverture	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%
Autres statistiques									
Ratio solvabilité									
Espérance	109.8%	110.9%	112.0%	113.1%	114.3%	115.4%	116.6%	117.8%	119.1%
VaR 95% (5e centile)	96.1%	95.6%	94.9%	94.3%	93.6%	93.0%	92.3%	91.6%	90.9%
Prob (ratio > 100%)	77.0%	78.1%	78.7%	79.1%	79.6%	79.9%	80.0%	80.2%	80.2%
Ratio capitalisation									
Espérance	127.7%	128.8%	129.8%	130.9%	132.0%	133.2%	134.3%	135.4%	136.6%
VaR 95% (5e centile)	116.6%	116.4%	116.2%	115.8%	115.4%	115.1%	114.7%	114.3%	113.8%
Prob (ratio > 100%)	99.7%	99.6%	99.4%	99.3%	99.1%	98.9%	98.8%	98.5%	98.4%
Cotisations employeur (% masse salariale)									
Espérance	17.9%	17.9%	17.9%	18.0%	18.0%	18.1%	18.2%	18.3%	18.4%
VaR 95% (95e centile)	15.6%	15.6%	15.6%	15.6%	15.6%	15.6%	15.6%	15.6%	15.6%

Tableau 5.5: Statistiques des neuf portefeuilles optimaux retenus sans couverture et sans indexation

disposition du régime qui prévoit une cotisation minimale de l'employeur égale à 290% de la cotisation des employés. De plus, l'introduction de swaps avec un niveau de couverture de 100% n'améliore pas les ratios de capitalisation et de solvabilité. Ce résultat est quelque peu contraire à l'intuition et il convient de souligner quelques facteurs ayant pu l'influencer.

L'évolution de la valeur du passif n'est pas déterminée uniquement par son rendement ; d'autres facteurs influencent cette évolution. Par exemple, lorsque des augmentations de salaire sont accordées, elles ont pour effet d'augmenter la valeur du passif des participants actifs. Cet effet est proportionnel à l'écart entre l'augmentation de salaire accordée et l'indexation prévue aux dispositions du régime. La valeur du passif est donc plus sensible aux augmentations de salaire pour les régimes non indexés que pour les régimes indexés. Cet effet n'est pas reflété lorsqu'on utilise le rendement excédentaire. Les subventions de retraite anticipée sont un autre exemple de facteur influençant l'évolution de la valeur du

passif; en projection, lorsque les participants actifs deviennent admissibles à la retraite anticipée, la valeur du passif de ces participants augmente de manière subite et importante. L'effet de ces subventions n'est pas inclus dans le rendement excédentaire. De plus, comme les déficits sont amortis sur 5 ans ou 15 ans, l'évolution du ratio de solvabilité et du ratio de capitalisation au cours de la période de projection n'est pas sans mémoire, contrairement à celle du rendement excédentaire. L'impact des scénarios qui ont engendré des déficits importants se répercute alors sur plusieurs années dans le cas des ratios de solvabilité et de capitalisation. En considérant ces derniers exemples, l'utilisation du rendement excédentaire peut apparaître à première vue comme non adéquate. Par contre, la caractéristique "sans mémoire" du rendement excédentaire en fait une mesure intéressante lorsque l'objectif est de déterminer une répartition stratégique à long terme.

5.5 Discussion

Ces derniers résultats font ressortir deux éléments importants. Premièrement, les dispositions du régime influencent de façon importante le niveau de couverture optimal. Nous l'avons constaté en enlevant les dispositions d'indexation. Deuxièmement, la construction de notre optimisation effectuée sur une seule variable implique que dans la pratique, une recommandation d'utilisation de swaps ne peut se transposer automatiquement d'un régime à l'autre. Le choix de la variable d'optimisation devrait refléter les objectifs et contraintes du promoteur et du comité de retraite. Par exemple, un régime dont l'employeur est en

situation financière instable devrait se concentrer sur le ratio de solvabilité. Un régime dont l'employeur est très sensible à la volatilité de sa cotisation devrait optimiser en se basant sur sa cotisation. Le choix du rendement excédentaire comme variable d'optimisation convient à tout régime souhaitant choisir une répartition stratégique de l'actif à long terme en tenant compte du risque de taux d'intérêt, sans avoir pour autant de sensibilité plus grande pour une variable que pour une autre.

Il serait intéressant de prévoir la construction d'une fonction objective dans le cadre de travaux subséquents. Cette fonction objective permettrait de tenir compte simultanément de plusieurs variables d'optimisation.

Chapitre 6

Conclusion

Ce mémoire avait pour but de vérifier si l'utilisation de swaps de taux d'intérêt pouvait contribuer à la diminution du risque des régimes de retraite à prestations déterminées, plus particulièrement dans le contexte d'un régime enregistré au Québec.

La valeur du passif d'un régime de retraite à prestations déterminées étant très sensible aux mouvements des taux d'intérêt, il était impératif d'utiliser une approche actif-passif permettant de bien capter le risque de désappariement.

En construisant 189 portefeuilles d'actifs, incluant 21 niveaux de couverture en utilisant des swaps de taux d'intérêt, nous avons projeté l'actif et le passif d'un régime de type "salaire final" prévoyant l'indexation des rentes avant et après retraite. Parmi ces portefeuilles, nous avons retenu les portefeuilles qui offraient la meilleure relation risque-récompense du rendement excédentaire de l'actif sur le passif, tout en calculant les statistiques sur d'autres

variables d'intérêt telles que le ratio de solvabilité, le ratio de capitalisation et la cotisation de l'employeur. Cette projection a démontré que le niveau de couverture optimal se situait entre 45% et 55% pour ce régime, comparativement à 85% pour le régime de Engel *et al.* (2005). Nous avons ensuite démontré que, lorsque les dispositions du même régime ne prévoyaient pas d'indexation, le niveau de couverture optimal atteignait 100%. Ces deux projections nous permettent de conclure que l'utilisation des swaps de taux d'intérêt peut réduire le risque du régime et que les dispositions du régime influencent de façon importante le niveau de couverture optimal du risque de taux d'intérêt lorsqu'on utilise des swaps.

Tel que discuté au chapitre 5, certains facteurs tels que les dispositions propres à chaque régime et le niveau initial de la situation financière du régime peuvent entraîner un effet différent de l'ajout de swaps sur les variables telles que le ratio de solvabilité, le ratio de capitalisation, la cotisation de l'employeur et le rendement excédentaire. Des travaux subséquents pourraient prévoir la construction d'une fonction objective qui évaluerait l'effet global de l'utilisation de swaps de taux d'intérêt sur l'ensemble des variables d'intérêt.

De plus, il serait intéressant de refaire cette étude en utilisant des régimes dont la maturité et la situation financière initiale sont différentes. Ainsi, nous pourrions définir d'autres conditions où l'utilisation de swaps de taux d'intérêt est efficace pour les régimes de retraite à prestations déterminées.

Bibliographie

- [1] AON CONSEIL (2008). "Rendement médian des caisses de retraite", janvier 2008.
- [2] BLAKE, David (2006). "Pension Finance", John Wiley & Sons, Ltd, p.32-36, p.267-269.
- [3] BODIE, Zvi, Robert C. MERTON (2002). "International Pension Swaps", *Journal of Pension Economics and Finance*, vol.1, n°1 (mars), p.77-83.
- [4] BOENDER, Guus C.E (1997). "A hybrid simulation/optimisation scenario model for asset/liability management", *European Journal of Operational Research*, vol. 99, n°1 (mai), p.126-135.
- [5] BOYLE, P.P., BROOKS-HILL, F.J., PATERSON, J.G (1974). "Wage Increases, Price Increases and Investment Returns", *Délibérations de l'Institut Canadien des Actuaires*, vol.6, octobre 1974, 139 p.
- [6] CAPELLEVEEN, H., Harry M. KAT, Theo P. KOCKEN (2004). "How Derivatives Can Help Solve the Pension Fund Crisis", *Journal of Portfolio Management*, été 2004, p. 244-253.

- [7] CLARK, Gordon L., Ashby H.B. MONK (2006). "The 'crisis' in defined benefit corporate pension liabilities Part 1 : Scope of the problem", *Pensions*, vol. 12, n°1, p.43-54.
- [8] COX, J.C., J.E. INGERSOLL, S.A. ROSS (1985). "A theory of the term structure of interest rates", *Econometrica*, vol.53, n°2, (mars), p.385-408.
- [9] ENGEL, Janwillem P.W., Harry M. KAT, Theo P. KOCKEN (2005). "Strategic Interest Rate Hedges Or How Derivatives Can Help Solve the Pension Fund Crisis Part II", discussion paper PI0507, Pensions Institute, 22 p.
- [10] EZRA, Don (2007). "Defined-Benefit and Defined-Contribution Plans of the Future", *Financial Analysts Journal*, vol.63, n°1, (janvier/février), p.26-30.
- [11] JOSA-FOMBELLIDA, Ricardo, Juan Pablo RINCON-ZAPATERO (2004). "Optimal risk management in defined benefit stochastic pension funds". *Insurance : Mathematics and Economics* 34, 2004, p.489-503.
- [12] GREENAN, Jennifer (2002). "Handbook of Canadian Pension and Benefit Plans", CCH Canadian Limited, 2nd edition, p.1-49.
- [13] HARDY, Mary R.(2001). "A Regime-Switching Model of Long-Term Stock Returns", *North American Actuarial Journal*", vol. 5, n°2, p.41-53.
- [14] HULL, John C. "Options, Futures and Other Derivatives", Prentice Hall, 5e édition, p.125-134.
- [15] INSTITUT CANADIEN DES ACTUAIRES (2006). "Rapport sur les statistiques économiques canadiennes 1924-2005", mars 2006, 42 p.

- [16] INSTITUT CANADIEN DES ACTUAIRES (2007). "Ordonnance de l'Institut canadien des actuaires pour soigner un système de pensions canadien défaillant", juin 2007, 7 p.
- [17] INSTITUT CANADIEN DES ACTUAIRES (2007). "Normes de pratique applicables aux régimes de retraite", décembre 2007, 34 p.
- [18] KOLB, Robert W. (2000). "Futures, Options & Swaps", Blackwell Business, 3e édition, p.700-707
- [19] MERTON, Robert C. (2008). "The Future of Retirement Planning", The Future of Life-Cycle Saving and Investing, The Research Foundation of CFA Institute, 2e édition, p.5-13.
- [20] MOORE, James F., Rene MARTEL (2007). "Long-Duration Overlay Strategies", *In Focus*, octobre 2007, 5 p.
- [21] POZZEBON, Silvana (2004). "The Future of Pensions in Canada", Pension Research Council, cahier de recherche, 27 p.
- [22] RÉGIE DES RENTES DU QUÉBEC (2003). "La situation financière des régimes de retraite à prestations déterminées : une invitation à la responsabilisation et à la prudence", *La Lettre Express*, mai 2003, 4 p.
- [23] WARING, Barton M., Laurence B. SEIGEL (2007). "Don't Kill the Golden Goose! Saving Pension Plans", *Financial Analysts Journal*, vol.63, n°1, (janvier/février), p.31-45.

Annexe A

Liste des portefeuilles de référence testés

Portefeuille	Obligations	Actions	Couverture	Portefeuille	Obligations	Actions	Couverture
1	30.0%	70.0%	0.0%	96	55.0%	45.0%	50.0%
2	35.0%	65.0%	0.0%	97	60.0%	40.0%	50.0%
3	40.0%	60.0%	0.0%	98	65.0%	35.0%	50.0%
4	45.0%	55.0%	0.0%	99	70.0%	30.0%	50.0%
5	50.0%	50.0%	0.0%	100	30.0%	70.0%	55.0%
6	55.0%	45.0%	0.0%	101	35.0%	65.0%	55.0%
7	60.0%	40.0%	0.0%	102	40.0%	60.0%	55.0%
8	65.0%	35.0%	0.0%	103	45.0%	55.0%	55.0%
9	70.0%	30.0%	0.0%	104	50.0%	50.0%	55.0%
10	30.0%	70.0%	5.0%	105	55.0%	45.0%	55.0%
11	35.0%	65.0%	5.0%	106	60.0%	40.0%	55.0%
12	40.0%	60.0%	5.0%	107	65.0%	35.0%	55.0%
13	45.0%	55.0%	5.0%	108	70.0%	30.0%	55.0%
14	50.0%	50.0%	5.0%	109	30.0%	70.0%	60.0%
15	55.0%	45.0%	5.0%	110	35.0%	65.0%	60.0%
16	60.0%	40.0%	5.0%	111	40.0%	60.0%	60.0%
17	65.0%	35.0%	5.0%	112	45.0%	55.0%	60.0%
18	70.0%	30.0%	5.0%	113	50.0%	50.0%	60.0%
19	30.0%	70.0%	10.0%	114	55.0%	45.0%	60.0%
20	35.0%	65.0%	10.0%	115	60.0%	40.0%	60.0%
21	40.0%	60.0%	10.0%	116	65.0%	35.0%	60.0%
22	45.0%	55.0%	10.0%	117	70.0%	30.0%	60.0%
23	50.0%	50.0%	10.0%	118	30.0%	70.0%	65.0%
24	55.0%	45.0%	10.0%	119	35.0%	65.0%	65.0%
25	60.0%	40.0%	10.0%	120	40.0%	60.0%	65.0%
26	65.0%	35.0%	10.0%	121	45.0%	55.0%	65.0%
27	70.0%	30.0%	10.0%	122	50.0%	50.0%	65.0%
28	30.0%	70.0%	15.0%	123	55.0%	45.0%	65.0%
29	35.0%	65.0%	15.0%	124	60.0%	40.0%	65.0%
30	40.0%	60.0%	15.0%	125	65.0%	35.0%	65.0%
31	45.0%	55.0%	15.0%	126	70.0%	30.0%	65.0%
32	50.0%	50.0%	15.0%	127	30.0%	70.0%	70.0%
33	55.0%	45.0%	15.0%	128	35.0%	65.0%	70.0%
34	60.0%	40.0%	15.0%	129	40.0%	60.0%	70.0%
35	65.0%	35.0%	15.0%	130	45.0%	55.0%	70.0%
36	70.0%	30.0%	15.0%	131	50.0%	50.0%	70.0%
37	30.0%	70.0%	20.0%	132	55.0%	45.0%	70.0%
38	35.0%	65.0%	20.0%	133	60.0%	40.0%	70.0%
39	40.0%	60.0%	20.0%	134	65.0%	35.0%	70.0%
40	45.0%	55.0%	20.0%	135	70.0%	30.0%	70.0%
41	50.0%	50.0%	20.0%	136	30.0%	70.0%	75.0%
42	55.0%	45.0%	20.0%	137	35.0%	65.0%	75.0%
43	60.0%	40.0%	20.0%	138	40.0%	60.0%	75.0%
44	65.0%	35.0%	20.0%	139	45.0%	55.0%	75.0%
45	70.0%	30.0%	20.0%	140	50.0%	50.0%	75.0%
46	30.0%	70.0%	25.0%	141	55.0%	45.0%	75.0%
47	35.0%	65.0%	25.0%	142	60.0%	40.0%	75.0%
48	40.0%	60.0%	25.0%	143	65.0%	35.0%	75.0%
49	45.0%	55.0%	25.0%	144	70.0%	30.0%	75.0%
50	50.0%	50.0%	25.0%	145	30.0%	70.0%	80.0%
51	55.0%	45.0%	25.0%	146	35.0%	65.0%	80.0%
52	60.0%	40.0%	25.0%	147	40.0%	60.0%	80.0%
53	65.0%	35.0%	25.0%	148	45.0%	55.0%	80.0%
54	70.0%	30.0%	25.0%	149	50.0%	50.0%	80.0%
55	30.0%	70.0%	30.0%	150	55.0%	45.0%	80.0%
56	35.0%	65.0%	30.0%	151	60.0%	40.0%	80.0%
57	40.0%	60.0%	30.0%	152	65.0%	35.0%	80.0%
58	45.0%	55.0%	30.0%	153	70.0%	30.0%	80.0%
59	50.0%	50.0%	30.0%	154	30.0%	70.0%	85.0%
60	55.0%	45.0%	30.0%	155	35.0%	65.0%	85.0%
61	60.0%	40.0%	30.0%	156	40.0%	60.0%	85.0%
62	65.0%	35.0%	30.0%	157	45.0%	55.0%	85.0%
63	70.0%	30.0%	30.0%	158	50.0%	50.0%	85.0%
64	30.0%	70.0%	35.0%	159	55.0%	45.0%	85.0%
65	35.0%	65.0%	35.0%	160	60.0%	40.0%	85.0%
66	40.0%	60.0%	35.0%	161	65.0%	35.0%	85.0%
67	45.0%	55.0%	35.0%	162	70.0%	30.0%	85.0%
68	50.0%	50.0%	35.0%	163	30.0%	70.0%	90.0%
69	55.0%	45.0%	35.0%	164	35.0%	65.0%	90.0%
70	60.0%	40.0%	35.0%	165	40.0%	60.0%	90.0%
71	65.0%	35.0%	35.0%	166	45.0%	55.0%	90.0%
72	70.0%	30.0%	35.0%	167	50.0%	50.0%	90.0%
73	30.0%	70.0%	40.0%	168	55.0%	45.0%	90.0%
74	35.0%	65.0%	40.0%	169	60.0%	40.0%	90.0%
75	40.0%	60.0%	40.0%	170	65.0%	35.0%	90.0%
76	45.0%	55.0%	40.0%	171	70.0%	30.0%	90.0%
77	50.0%	50.0%	40.0%	172	30.0%	70.0%	95.0%
78	55.0%	45.0%	40.0%	173	35.0%	65.0%	95.0%
79	60.0%	40.0%	40.0%	174	40.0%	60.0%	95.0%
80	65.0%	35.0%	40.0%	175	45.0%	55.0%	95.0%
81	70.0%	30.0%	40.0%	176	50.0%	50.0%	95.0%
82	30.0%	70.0%	45.0%	177	55.0%	45.0%	95.0%
83	35.0%	65.0%	45.0%	178	60.0%	40.0%	95.0%
84	40.0%	60.0%	45.0%	179	65.0%	35.0%	95.0%
85	45.0%	55.0%	45.0%	180	70.0%	30.0%	95.0%
86	50.0%	50.0%	45.0%	181	30.0%	70.0%	100.0%
87	55.0%	45.0%	45.0%	182	35.0%	65.0%	100.0%
88	60.0%	40.0%	45.0%	183	40.0%	60.0%	100.0%
89	65.0%	35.0%	45.0%	184	45.0%	55.0%	100.0%
90	70.0%	30.0%	45.0%	185	50.0%	50.0%	100.0%
91	30.0%	70.0%	50.0%	186	55.0%	45.0%	100.0%
92	35.0%	65.0%	50.0%	187	60.0%	40.0%	100.0%
93	40.0%	60.0%	50.0%	188	65.0%	35.0%	100.0%
94	45.0%	55.0%	50.0%	189	70.0%	30.0%	100.0%
95	50.0%	50.0%	50.0%				

Tableau A.1: Répartition des portefeuilles de référence

Annexe B

Hypothèses d'évaluation actuarielle du passif du régime au 31 décembre 2006

	Capitalisation	Solvabilité
Taux intérêt - participants actifs	7.00%	4.75%
Taux intérêt - participants retraités	7.00%	4.60%
Augmentation salaire	2 ans à 2,95% et 3,50% par la suite	Aucune
Promotion	4 ans à 2,75% et 0,50% par la suite	Aucune
Augmentation du maximum des gains admissibles (MGA)	3.50%	Aucune
Augmentation de la rente maximale	3,50 % à partir de 2010	Aucune
Indexation avant et après retraite	2.50%	10 ans à 2,166% et 2,215% par la suite
Mortalité des actifs	UP94 - Dynamique 30 ans	UP94 - Statique 2015
Mortalité des retraités	UP94 - Dynamique 30 ans	UP94 - Statique 2015

Tableau B.1: Hypothèses utilisées - évaluation actuarielle au 31 décembre 2006